

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Peta Proses

2.1.1 Peta Proses operasi

Peta proses operasi merupakan suatu diagram yang menggambarkan langkah-langkah proses yang akan dialami bahan (bahan-bahan) baku mengenai urutan operasi dan pemeriksaan (Sutalaksana, 1979). Sejak dari awal sampai menjadi produk jadi utuh meupun sebagai komponen, dan juga memuat informasi-informasi yang diperlukan untuk menganalisa lebih lanjut, seperti: waktu yang dihabiskan material yang digunakan, dan tempat atau alat atau mesin yang digunakan. Jadi dalam suatu proses peta operasi, dicatat hanyalah kegiatan-kegiatan operasi dan pemeriksaan saja, kadang-kadang pada akhir proses dicatat tentang penyimpanan.

Kegunaan Peta Proses Operasi :

Seperti diketahui dengan adanya informasi-informasi yang bisa dicatat melalui peta proses operasi, kita bisa memperoleh banyak manfaat diantaranya:

- Bisa mengetahui kebutuhan akan mesin dan penganggarnya,
- Bisa memperkirakan kebutuhan akan bahan baku (dengan memperhitungkan efisiensi disetiap operasi/ pemeriksaan),
- Sebagai alat untuk menentukan tata letak pabrik,
- Sebagai alat untuk melakukan perbaikan cara kerja yang sedang dipakai,
- Sebagai alat untuk latihan kerja.

Begitu juga dengan adanya informasi-informasi yang bisa dicatat melalui peta proses operasi, kita bisa memperoleh banyak manfaat diantaranya:

- Bisa mengetahui kebutuhan akan mesin dan penganggarnya,
- Bisa memperkirakan kebutuhan akan bahan baku (dengan memperhitungkan efisiensi disetiap operasi/ pemeriksaan),
- Sebagai alat untuk menentukan tata letak pabrik,
- Sebagai alat untuk melakukan perbaikan cara kerja yang sedang dipakai,
- Sebagai alat untuk latihan kerja,

2.1.2 Prinsip-prinsip pembuatan peta proses operasi

Sebelum dapat menggambarkan peta proses operasi dengan baik, ada beberapa prinsip yang perlu diikuti sebagai berikut:

- Pertama-tama pada baris paling atas dinyatakan kepala “Peta Proses Operasi” yang diikuti oleh identifikasi lain seperti: nama objek, nama pembuat peta, tanggal dipetakan cara lama atau cara sekarang, nomor peta dan nomor gambar.
- Material yang akan diproses diletakkan diatas garis horizontal, yang menunjukkan bahwa material tersebut masuk kedalam proses.
- Lambang-lambang ditempatkan dalam arah vertikal, yang menunjukkan terjadinya perubahan proses,
- Penomoran terhadap suatu kegiatan operasi diberikan secara beruntutan sesuai dengan urutan operasi proses yang dibutuhkan untuk pembuatan produk tersebut atau sesuai dengan proses yang terjadi.
- Penomoran terhadap suatu kegiatan pemeriksaan diberikan secara tersendiri dan prinsipnya sama dengan penomoran untuk kegiatan operasi.
- Agar diperoleh gambar peta proses operasi yang baik, produk yang biasanya paling banyak memerlukan operasi, harus dipetakan terlebih dahulu, berarti dipetakan dengan garis vertical disebelah kanan halaman kertas.

Terdapat empat hal yang perlu diperhatikan/ dipertimbangkan agar diperoleh suatu proses kerja yang baik melalui analisa peta proses operasi yaitu analisa terhadap bahan-bahan, operasi, pemeriksaan dan terhadap waktu penyelesaian suatu proses. Keempat hal tersebut diatas, dapat diuraikan sebagai berikut:

- Bahan-bahan
Kita harus mempertimbangkan semua alternative dari bahan yang digunakan, proses penyelesaian dan toleransi sedemikian rupa sehingga sesuai dengan fungsi, reliabilitas, pelayanan dan waktunya.
- Operasi
Juga dalam hal ini harus dipertimbangkan mengenai semua alternatif yang mungkin untuk proses pengolahan, pembuatan, pengerjaan dengan mesin atau metode perakitannya, beserta alat-alat dan perlengkapan yang digunakan. Perbaikan yang mungkin bisa dilakukan misalnya dengan menghilangkan, menggabungkan, merubah atau menyederhanakan operasi-operasi yang terjadi.

- Pemeriksaan

Suatu objek dikatakan memenuhi syarat kualitasnya jika setelah dibandingkan dengan standar ternyata lebih baik atau minimal sama. Proses pemeriksaan bisa dilakukan dengan teknik sampling atau satu persatu dari semua objek yang dibuat tentunya cara terakhir tersebut dilaksanakan apabila jumlah produksinya sedikit.

- Waktu

Kita dapat mempersingkat waktu penyelesaian, dengan cara kita mempertimbangkan semua alternatif mengenai metoda, peralatan dan tentunya penggunaan perlengkapan-perengkapan khusus.(Tjakraatmadja, Sतालaksana Anggawisastra. 1979)

Terdapat beberapa teknik yang umum digunakan dalam merencanakan aliran. Beberapa diantaranya khusus digunakan dalam tata letak pabrik, beberapa lagi digunakan dalam tahap pemindahan bahan, dan beberapa dipinjam dari bidang ekonomi gerakan dan penyerdehanaan kerja (teknik tata cara kerja). Kebanyakan teknik semula ditujukan untuk tujuan analitis, teknik-teknik tersebut juga berguna untuk perencanaan. Beberapa hal yang umum digunakan adalah (Apple, 1990):

1. Peta (bagan) rakitan
2. Peta proses operasi
3. Peta proses produk-darab
4. Diagram (bagan) tali
5. Peta proses
6. Bagan (diagram) aliran
7. Peta proses aliran
8. Peta dari-ke
9. Peta prosedur
10. Jaringan lintasan kritis

Menurut Sतालaksana (1979) peta kerja merupakan suatu alat yang menggambarkan kegiatan kerja secara sistematis dan juga jelas, di mana dapat digunakan untuk berkomunikasi secara luas, melalui peta kerja ini kita dapat sekaligus memperoleh informasi-informasi yang diperlukan untuk memperbaiki suatu metode kerja khususnya kerja produksi.

Peta proses operasi (*operation process chart*) umumnya digunakan untuk menggambarkan urutan kerja khususnya untuk kegiatan-kegiatan yang produktif saja seperti operasi dan inspeksi, dengan kata lain pada peta proses operasi akan menunjukkan langkah-langkah secara kronologis dari semua operasi inspeksi, waktu longgar dan bahan

baku yang digunakan di dalam suatu proses manufaktur yaitu dimulai dari datangnya bahan baku sampai ke proses pengemasan (*packaging*) dari produk jadi yang dihasilkan (Wignjosoebroto, 1993).

Diagram proses operasi menggambarkan lokasi dari aliran produksi dalam pabrik.

Simbol – simbol yang digunakan (Madyana, 1996) :

○ : operasi, misalnya memotong, merendam.

□ : inspeksi/kontrol

Diagram aliran proses lebih lengkap dari diagram proses. Simbol – simbol yang digunakan :

○ : operasi

□ : inspeksi

→ : transportasi

D : penundaan(*delay*)

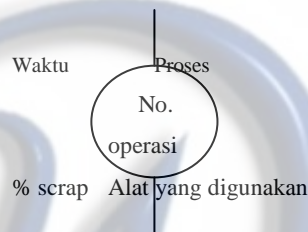
▽ : penyimpanan

Peta proses operasi adalah salah satu teknik yang paling berguna dalam perencanaan produksi. Kenyataannya peta ini adalah diagram tentang proses, dan telah digunakan dalam berbagai cara sebagai alat perencanaan dan pengendalian. Beberapa keuntungan dari peta proses operasi ini adalah sebagai berikut (Apple, 1990) :

1. Mengkombinasikan lintasan produksi dan peta rakitan sehingga memberikan informasi yang lebih lengkap
2. Menunjukkan operasi yang harus dilakukan untuk tiap komponen
3. Mencatat proses pembuatan untuk diperlihatkan pada yang lain
4. Menunjukkan kesulitan-kesulitan yang mungkin timbul dalam aliran produksi
5. Menunjukkan urutan operasi pada tiap komponen
6. Menunjukkan sifat masalah penanganan bahan
7. Menunjukkan urutan fabrikasi dan rakitan dari tiap komponen
8. Menunjukkan kerumitan nisbi dari fabrikasi tiap komponen
9. Menunjukkan sifat pola aliran bahan
10. Menunjukkan hubungan antar komponen
11. Menunjukkan secara nisbi konsentrasi mesin, pekerja, dan peralatan
12. Menunjukkan panjang nisbi dan lintas fabrikasi dan ruang yang dibutuhkan

13. Menunjukkan jumlah pekerja yang dibutuhkan
14. Menunjukkan titik tempat komponen memasuki proses
15. Menunjukkan tingkat kebutuhan sebuah rakitan-bagian.

Peta aliran proses adalah suatu peta yang akan menggambarkan semua aktivitas (baik aktivitas produktif maupun tidak produktif) yang terlibat dalam proses pelaksanaan kerja. Metoda penggambaran hampir sama dengan peta proses operasi (*operation process chart*) hanya saja di sini akan jauh lebih detail dan lengkap. Tidak seperti peta proses operasi yang hanya menggambarkan aktivitas yang produktif (kegiatan operasi dan inspeksi), maka peta aliran proses (*flow process chart*) juga akan menggambarkan aktivitas-aktivitas yang tidak produktif seperti transportasi (*material handling*), *delay/idle*, dan penyimpanan. (Wignjosoebroto, 1993).



Gambar 2.1 OPC

Diagram aliran atau biasa disebut bagan tali adalah alat untuk menggambarkan aliran unsur pada tata letak daerah tertentu, dengan menggunakan tali, benang, atau kain, dsb. Diagram ini digunakan untuk menunjukkan lintasan perpindahan (gerakan) atau perjalanan elemen pada suatu daerah (Apple, 1990).

Diagram aliran pada dasarnya persis sama dengan peta aliran proses. Hanya saja di sini penggambarannya dilakukan di atas gambar *layout* dari fasilitas kerja. Tujuan pokok dalam pembuatan *flow diagram* adalah untuk mengevaluasi langkah-langkah proses dalam situasi yang lebih jelas, di samping tentunya bisa dimanfaatkan untuk melakukan perbaikan-perbaikan di dalam desain *layout* fasilitas produksi yang ada (Wignjosoebroto, 1993).

Penyusunan diagram alir proses pembuatan produk dilakukan dengan mencatat seluruh proses sejak diterimanya bahan baku sampai dengan dihasilkannya produk jadi untuk disimpan. Pada beberapa jenis produk, terkadang disusun diagram alir proses sampai dengan cara pendistribusian produk tersebut. Diagram alir proses disusun dengan tujuan untuk menggambarkan keseluruhan proses produksi. Diagram alir proses ini selain bermanfaat untuk membantu tim HACCP dalam melaksanakan tugasnya, dapat juga berfungsi sebagai pedoman bagi orang atau lembaga lainnya yang ingin mengerti proses dan verifikasi (Anonim 2, 2009).

2.2 Produktivitas, Efisiensi dan Efektifitas

Produktivitas sendiri berasal dari bahasa Inggris yaitu *productivity*. Merupakan gabungan 2 kata yaitu *product* + *activity*. Ada pun artinya merupakan kegiatan untuk menghasilkan sesuatu (barang atau jasa) yang lebih tinggi atau lebih banyak. Banyak yang membuat definisi mengenai produktivitas. Menurut Dewan Produktivitas Nasional berarti, "Sikap mental yang mempunyai pandangan bahwa hari ini harus lebih baik daripada hari kemarin dan hari esok harus lebih baik dari hari ini".

Konsep dari Produktivitas merupakan perbandingan dari output terhadap input. Semakin tinggi tingkat produktivitasnya berarti semakin banyak hasil (*output*) yang ia capai. Adapun unsur dari produktivitas yaitu efisiensi, efektivitas dan kualitas.

$$\text{Produktivitas} = \text{Output/Input} \dots\dots\dots(2.1)$$

Output sendiri dapat berupa hasil dari tujuan yang dicapai. *input* diperoleh dari *resource* (sumber daya) yang diperoleh misalnya waktu, bahan baku, manusia, mesin, uang dll.

Berdasarkan rumus tersebut, cara untuk meningkatkan produktivitas yaitu :

1. meningkatkan *output*
2. menurunkan *input*

Produktivitas menjadi sebuah patokan dalam perusahaan dan industri. Ada pun manfaat peningkatan produktivitas dalam perusahaan yaitu :

1. Peningkatan keuntungan bagi perusahaan
2. Peningkatan kualitas produk
3. Peningkatan upah dan gaji kepada pegawai.
4. Ada beberapa pendapat orang mengenai produktivitas, diantaranya;
5. menurut J. Ravianto, bahwa: "Produktivitas adalah suatu konsep yang menunjang adanya keterkaitan hasil kerja dengan sesuatu yang dibutuhkan untuk menghasilkan produk dari tenaga kerja".)
6. Menurut Muchdarsyah Sinungan, bahwa: "Produktivitas adalah hubungan antara hasil nyata maupun fisik (barang atau jasa) dengan masuknya yang sebenarnya, misalnya produktivitas ukuran efisien produktif suatu hasil perbandingan antara hasil keluaran dan hasil masukan".).

7. Mengenai produktivitas Payaman J. Simanjuntak, menjelaskan”Produktivitas merupakan perbandingan antara hasil yang dicapai (keluaran) dengan keseluruhan sumber daya (masukan) yang terdiri dari beberapa faktor seperti tanah, gedung, mesin, peralatan, dan sumber daya manusia yang merupakan sasaran strategis karena peningkatan produktivitas tergantung pada kemampuan tenaga manusia.”)
8. Beberapa pendapat tersebut dapat disimpulkan bahwa produktivitas adalah suatu perbandingan antara hasil keluaran dengan hasil masukan. keefektifan ini dilihat dari beberapa faktor masukan yang dipakai dibandingkan dengan hasil yang dicapai. Sedangkan produktivitas kerja yaitu jumlah produksi yang dapat dihasilkan dalam waktu tertentu

Menjadi efektifitas mempunyai arti dapat memilih tujuan-tujuan yang tepat dari seperangkat alternatif atau pilihan cara dan menentukan suatu pilihan dari beberapa pilihan lainnya.

Efektifitas bisa juga berarti pengukuran keberhasilan dalam pencapaian tujuan-tujuan yang ditentukan. Sebagai contoh, jika sebuah tugas dapat selesai dengan pemilihan cara-cara yang sudah ditentukan, maka cara tersebut adalah yang benar atau efektif. Di lain pihak, efisiensi menganggap bahwa tujuan-tujuan yang benar telah ditentukan dan berusaha untuk mencari cara-cara yang paling baik untuk mencapai tujuan-tujuan tersebut. Efisiensi hanya dapat dievaluasi dengan penilaian relatif, membandingkan antara masukan (*in*) dan keluaran (*out*) yang dapat diterima.

Sebagai contoh, untuk menyelesaikan sebuah tugas, cara A membutuhkan waktu satu jam, sedang cara B membutuhkan waktu dua jam, maka cara A lebih efisien daripada cara B. Dengan lain perkataan tugas tersebut dapat selesai menggunakan *caradengan benar atau efisien*.

Efisiensi adalah melakukan tugas dengan benar, sedangkan efektifitas adalah melakukan tugas yang benar (*doing the right things*).

Sedangkan yang dimaksud *utilisasi* adalah perbandingan antara jumlah waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan pekerjaan, task dan job dibandingkan dengan waktu yang tersedia untuk menyelesaikan pekerjaan tersebut. Nach kalo dirumuskan adalah sebagai berikut :

$$\text{Utilisasi} : (\text{actual worked hours/available hours}) \times 100\% \dots\dots\dots (2.2)$$

Adanya kedua pengertian tersebut maka dapat diturunkan yang namanya produktifitas. Produktifitas adalah perbandingan *output per input*. Bagaimana hubungan rumus produktifitas dengan efisiensi dan utilisasi.

Belakangan ini semakin berkembang masalah yang berkaitan dengan produktivitas. Pengertian produktivitas itu sendiri dapat dibahas dari berbagai perspektif. Pemahaman mengenai konsep dan definisi produktivitas hingga kini belum mencapai suatu kesepakatan atau mencapai kesatuan pendapat yang sama. Konsep mengenai produktivitas masih dalam taraf mencari bentuk. Beberapa definisi tentang produktivitas dapat disebutkan : Konsep produktivitas, dalam pandangan ilmu ekonomi, biasanya dikaitkan dengan jumlah keluaran dan harga keluaran. Silver, dalam Moeljono (2002:33) menganggap bahwa produktivitas hanyalah sejumlah masukan yang digunakan untuk mencapai sejumlah keluaran. Produktivitas didefinisikan sebagai efisiensi dalam memproduksi keluaran atau rasio keluaran dibanding masukan.

Menurut Kopelman (1986: 4) secara lebih luas mengartikan produktivitas : “Sebagai suatu konsepsi sistem, yang di dalam wujudnya diekspresikan sebagai rasio yang merefleksikan bagaimana sumberdaya-sumberdaya yang ada dimanfaatkan secara efisien untuk menghasilkan keluaran. Konsepsi ini bersifat kontekstual sehingga dapat diterapkan pada berbagai kondisi, baik pada suatu organisasi, industri, maupun pada perekonomian secara nasional”. Konsepsi mengenai produktivitas hendaknya tidak saja mengacu kepada jumlah keluaran, melainkan juga terhadap berbagai faktor yang dapat mempengaruhi proses pencapaian produktivitas itu sendiri sehingga antara produktivitas, efisiensi, dan efektivitas merupakan kesatuan yang tidak terpisahkan.

Produktivitas bukan saja hasil akan tetapi juga sumbangan proses yang efektif dan efisien. Produktivitas dibangun di atas sembilan prinsip secara integratif yaitu : niat (motivasi) yang benar, kejujuran, amanah, menepati janji, disiplin, taat aturan, memiliki etos kerja yang tinggi, visioner dan sabar. Manusia yang produktif dalam pandangan Agama adalah manusia yang memiliki niat (motivasi) kerja yang benar, jujur, amanah, menepati janji, disiplin, taat peraturan, memiliki etos kerja yang tinggi, visioner dan sabar.

Kita semua membutuhkan produktivitas. Organisasi pemerintah, organisasi sosial, organisasi politik, organisasi rumah tangga, terlebih organisasi bisnis sangat menginginkan organisasinya dapat berjalan secara produktif menghasilkan barang, jasa, pelayanan bagi semua pihak (*stake holder*). Oleh sebab itu menjadi tuntutan setiap pemimpin organisasi harus

membuat semua faktor produksi atau kekayaan organisasi dikelola secara baik dan benar yang akhirnya didapatkan hasil yang efektif dan efisien atau yang produktif.

Kita semua tentu membutuhkan penggunaan filosofi produktivitas yang sangat mudah kita ucapkan dan kita kembangkan menjadi perilaku keseharian, sehingga kita bisa mengucapkan dan bisa melakukannya. Berarti bukan Jarkono (bisa mengajarkan tapi nggak bisa nglakoni atau bukan NATO (*not action talk only*)). Filosofi mengenai produktivitas mengandung arti keinginan dan usaha setiap manusia untuk selalu meningkatkan mutu kehidupan dan penghidupannya. Kehidupan hari ini harus lebih baik dari hari kemarin, dan kehidupan hari esok tentunya harus lebih baik dari hari ini, adalah juga suatu pandangan yang memberi semangat pada produktivitas. (Supardi, 2010)

2.2.1 Hubungan Efektifitas, Efisiensi dan Produktifitas

Efisiensi selalu berkaitan dengan efektifitas, efisiensi bisa dikatakan dengan “*do the thing right*” sedangkan efektifitas adalah “*do the right thing*” (Kopelman, 1986). Efisiensi dan efektifitas memang paket yang jika dipisahkan dalam pembahasan produktifitas akan menjadi hambar artinya. Hal tersebut menunjukkan bahwa kita mengatakan suatu hal itu efektif atau efisien juga tergantung situasi, kondisi dan tujuan.

2.3 Pemotongan Bahan

Sesuai dengan skripsinya tentang model matematika terhadap pemotongan bahan, Khusnul Novianingsih (2006) menuliskan tentang perluasan model *cutting stock* dua dimensi menjabarkan bahwa permasalahan pemotongan bahan adalah permasalahan geometri yang banyak ditemui pada dunia bisnis maupun bidang keilmuan. Permasalahan pemotongan bahan ini banyak mengarah pada implementasi *Linear Programming, Integer Programming dan Algoritma Genetika*. Padahal, pemodelan pemotongan bahan membutuhkan banyak variable seiring banyaknya jenis produk perusahaan. Selain itu, perusahaan pun membutuhkan informasi jenis produk apa saja yang paling menguntungkan untuk diproduksi, berapa jumlahnya, dan bagaimana pola pemotongannya.

Kompleksitas pemodelan pemotongan bahan inilah yang membuat algoritma-algoritma sebelumnya sukar untuk diimplementasikan di dunia nyata. *Dynamic Programming (DP)* adalah algoritma optimasi yang mencari solusi optimal keseluruhan permasalahan dengan mencari solusi optimal sub permasalahannya. *DP* akan diimplementasikan untuk menyelesaikan permasalahan pemotongan bahan.

Kompleksitas jumlah variabel dalam model pemotongan bahan diselesaikan dengan algoritma *Column Generation (CG)*. Berikut adalah algoritma dari *Column Generation* :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i,t,k \in K_{it}} \left(\sum_{s \in k} \text{cost}_{is} \right) y_{ikt} \\ \text{s.t.} \quad & \\ & \sum_{k \in K_{it}} y_{ikt} = 1 \\ & \min_s \leq \sum_{i,t,k: s \in k} y_{ikt} \leq \max_s \\ & \sum_{i,k: s \in k} (y_{ikt} + y_{ik(t+1)} + \dots) \leq 1 \quad \text{for all } t=1, \dots \end{aligned}$$

Gambar 2.2 Algoritma *column generation*

keterangan :

K_{it} = kumpulan kombinasi data

y_{ikt} = 1 \rightarrow jika kombinasi 'k' digunakan untuk percobaan 'i' dalam periode 't'
0 \rightarrow keadaan sebaliknya

S = *constraint* untuk setiap pemasangan pola

Matlab adalah piranti lunak yang cocok bagi pengimplementasian algoritma optimasi. Data-data uji coba disimpan dalam format Microsoft Excel. Penyelesaian permasalahan RK tanpa ada batasan tahap (*stage*) pada pola pemotongan Guillotine memberi hasil yang lebih baik dibanding jika batasan tersebut ditambahkan. Hasil penyelesaian permasalahan RK pun menjadi lebih baik jika permasalahan tersebut memperbolehkan adanya rotasi orthogonal produk-produknya dalam area bahan.

Penyelesaian permasalahan pemotongan bahan memberi hasil yang jauh baik jika murni dikerjakan dengan konsep *Column Generation* dibanding dengan konsep *Column Generation* dengan tambahan penggunaan piranti lunak pemecah permasalahan RK sebagai pembentuk pola barunya. Dengan cara penyelesaian permasalahan pemotongan bahan yang dimodifikasi ini, semua permintaan dapat terpenuhi meski ada tambahan produksi produk tertentu dengan rata-rata selisih kelebihan 0,46% akibat konsistensinya menjaga minimalisasi bahan.

2.4 Integer Programming

Integer Programming adalah program linear (*Linear Programming*) di mana variabel variabelnya bertipe integer (Wahyujati, A). *Integer Programming* digunakan untuk memodelkan permasalahan yang variabel variabelnya tidak mungkin berupa bilangan yang tidak bulat (bilangan *real*), seperti variabel yang merepresentasikan jumlah orang, karena jumlah orang pasti bulat dan tidak mungkin berupa pecahan. *Integer Programming* juga biasanya lebih dipilih untuk memodelkan suatu permasalahan karena program linear dengan variabel berupa bilangan *real* kurang baik dalam memodelkan permasalahan yang menuntut solusi berupa bilangan integer, misalnya keuntungan produksi 3 pesawat dibandingkan dengan keuntungan produksi 3.5 pesawat akan menghasilkan selisih keuntungan yang signifikan.

Model matematis dari pemrograman bulat sebenarnya sama dengan model linear programming, dengan tambahan batasan bahwa variabelnya harus bilangan bulat.

Terdapat 3 macam permasalahan dalam pemrograman bulat, yaitu:

1. Pemrograman bulat murni, yaitu kasus dimana semua variabel keputusan harus berupa bilangan bulat.
2. Pemrograman bulat campuran, yaitu kasus dimana beberapa, tapi tidak semua, variabel keputusan harus berupa bilangan bulat
3. Pemrograman bulat biner, kasus dengan permasalahan khusus dimana semua variabel keputusan harus bernilai 0 dan 1

Banyak aplikasi kegunaan dari integer programming, misalnya dalam penghitungan produksi sebuah perusahaan manufaktur, dimana hasil dari perhitungannya haruslah bilangan bulat, karena perusahaan tidak dapat memproduksi produknya dalam bentuk setengah jadi. Misal perusahaan perkitan mobil tidak bisa merakit 5,3 mobil A dan 2,5 mobil B perhari, tetapi haruslah bilangan bulat, dengan metode pembulatan, bisa kita hasilkan misalnya 5 mobil A dan 2 mobil B per hari, tetapi apakah metode pembulatan ini efisien?

Model pemrograman bulat dapat juga digunakan untuk memecahkan masalah dengan jawaban ya atau tidak, dibatasi menjadi dua, misal 1 dan 0, menjadi:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{untuk keputusan ya} \\ 0, & \text{untuk keputusan tidak} \end{cases}$$

2.4.1 Metode Grafis

Metode grafik hanya bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dimana hanya terdapat dua variabel keputusan. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, langkah pertama yang harus dilakukan adalah memformulasikan permasalahan yang ada ke dalam bentuk Linear Programming (LP). Langkah-langkah dalam formulasi permasalahan adalah :

1. pahamiilah secara menyeluruh permasalahan manajerial yang dihadapi
2. identifikasikan tujuan dan kendalanya
3. definisikan variabel keputusannya
4. gunakan variabel keputusan untuk merumuskan fungsi tujuan dan fungsi kendala secara matematis.

Contoh permasalahan pada kasus yang diselesaikan dengan menggunakan metode grafis:

Sebuah perusahaan manufaktur elektronik “The Flash” memproduksi 2 buah produk kipas angin dan lampu gantung. Tiap-tiap produk tersebut membutuhkan 2 tahapan produksi, yaitu penyolderan (perakitan komponen elektronik) dan assembling (perakitan komponen non-elektronik) penyolderan membutuhkan waktu 2 jam untuk lampu dan 3 jam untuk kipas angin, sedangkan assembling membutuhkan waktu 6 jam untuk lampu dan 5 jam untuk kipas angin. Perusahaan tersebut hanya mempunyai waktu untuk penyolderan 12 jam dan assembling 30 jam kerja per minggu-nya. Bila lampu gantung memberikan keuntungan sebanyak Rp. 7000 dan Kipas angin memberikan keuntungan Rp. 6000 per unit, formulasi keputusan produksi perusahaan The Flash adalah sebagai berikut:

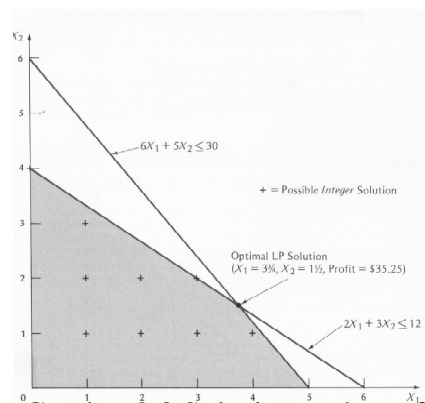
$$\text{Maksimisasi profit} = 7x_1 + 6x_2$$

$$\text{Ditujukan pada: } 2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$6x_1 + 5x_2 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1 = \text{Lampu}; \quad x_2 = \text{Kipas Angin}$$



Gambar 2.3 Solusi metode grafis

Berdasarkan metode linear programming dapat kita hitung bahwa solusi optimal dari The Flash adalah memproduksi $3\frac{3}{4}$ Lampu dan $1\frac{1}{2}$ Kipas Angin. Kita menyadari bahwa perusahaan tidak bisa membuat dan menjual barang dalam bentuk pecahan, jadi kita memutuskan bahwa kita menghadapi permasalahan *integer programming* / pemrograman bulat.

2.4.2 Metode *Round Off*

Pemecahan paling mudah dari problem diatas adalah dengan melakukan pembulatan (round off) dari solusi optimal kita lakukan pembulatan menjadi $X_1 = 4$ dan $X_2 = 2$, tetapi pembulatan tersebut diluar area kemungkinan produksi (lihat grafik), jadi tidak dapat dilakukan. Pembulatan berikutnya adalah ke dalam area kemungkinan produksi, yaitu $X_1 = 4$ dan $X_2 = 1$, produksi tersebut dapat dilakukan tetapi belum tentu merupakan solusi optimal.

Lampu (X_1)	Kipas Angin (X_2)	Profit ($\$7X_1 + \$6X_2$)
0	0	0
1	0	7
2	0	14
3	0	21
4	0	28
5	0	35
0	1	6
1	1	13
2	1	20
3	1	27
4	1	34
0	2	12
1	2	19
2	2	26
3	2	33
0	3	18
1	3	25
0	4	24

< Solusi optimal integer programming

< Solusi optimal round off

Gambar 2.4 Solusi metode *Round Off*

Berdasarkan tabel diatas dapat kita ketahui bahwa solusi optimal dari permasalahan produksi tersebut adalah $X_1 = 5$ dan $X_2 = 0$ dengan total keuntungan 35

Perhatikan bahwa batasan integer ini menyebabkan keuntungan lebih rendah daripada solusi optimal dari linear programming. Hasil dari integer programming *tidak akan pernah* melebihi nilai keuntungan optimal dari solusi LP.

2.4.3 Metode *Branch and Bound*

Metode ini adalah metode penyelesaian dengan memecah permasalahan non integer untuk mendapatkan solusi optimal integer. Subproblem yang solusinya tidak akan menghasilkan subproblem yang lebih tinggi nilai Z nya tidak perlu dipecahkan atau disebut fathomed. Kelemahan dari metode ini adalah banyaknya permasalahan yang harus diselesaikan untuk mendapatkan solusi. Karena dari satu soal saja minimal harus ada 2 percabangan yang diselesaikan, namun bila kondisi belum optimal persoalan baru akan muncul dari pemecahan variabel non integer. Oleh karena itu metode ini cukup memakan banyak waktu dan memerlukan banyak perhitungan. (Abdul Hamang, 2009)

Dari kasus “The Flash” diatas, kita dapatkan:

$$\text{Maksimisasi profit} = 7X_1 + 6X_2$$

$$\text{Ditujukan pada: } 2X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$6X_1 + 5X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \geq \text{integer } 0$$

Dengan Linear Programming sederhana didapatkan:

$$2X_1 + 3X_2 = 12 \quad \times 3 \quad 6X_1 + 9X_2 = 36$$

$$6X_1 + 5X_2 = 30 \quad \times 1 \quad 6X_1 + 5X_2 = 30$$

$$4X_2 = 6 \quad 2X_1 = 7.5$$

$$X_2 = 1.5 \quad X_1 = 3.75$$

$$\text{Profit} = 7(3.75) + 6(1.5) = 35.25$$

Karena X_1 dan X_2 bukan bilangan bulat, maka solusi ini tidak valid, nilai keuntungan 35.25 dijadikan batas atas awal. Dengan metode pembulatan kebawah, kita dapatkan $X_1=3$ dan $X_2 = 1$, dengan keuntungan = 27, hasil ini feasible karena kedua variabel merupakan bilangan bulat, jadi nilai keuntungan dijadikan batas bawah.

Iterasi 1

Permasalahan diatas kemudian dibagi menjadi 2 sub problem, A dan B. kita dapat melakukan percabangan (branch) pada hasil dengan variabel tidak bulat.

A

$$\text{Maksimisasi: } X_1 + 6X_2$$

$$\text{Ditujukan pada: } 2X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$6X_1 + 5X_2 \leq 30$$

$$X_1 \geq 4$$

B

$$\text{Maksimisasi: } 7X_1 + 6X_2$$

$$\text{Ditujukan pada: } 2X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$6X_1 + 5X_2 \leq 30$$

$$X_1 \leq 3$$

Dengan metode LP sederhana didapatkan solusi:

Solusi optimal subproblem A: $X_1 = 4$, $X_2 = 1.2$, profit = 35.2

Solusi optimal subproblem B: $X_1 = 3$, $X_2 = 2$, profit = 33.0

Karena solusi subproblem B kedua variabelnya merupakan bilangan bulat, maka kita anggap sudah feasible, maka kita hentikan cabang tersebut dan nilai profitnya menjadi batas bawah baru. Subproblem A masih mempunyai variabel bukan bilangan bulat, maka masih diteruskan dan nilai profitnya (35.2) menjadi batas atas baru

Iterasi 2

Sub problem A kita cabangkan menjadi 2, menjadi subproblem C dan D dengan batasan tambahan untuk subproblem C adalah $X_2 \geq 2$ dan untuk subproblem D adalah $X_2 \leq 1$. Logika dari pengembangan subproblem ini adalah karena solusi optimal dari subproblem A $X_2 = 1.2$ tidak feasible, maka solusi integer haruslah berada dalam wilayah $X_2 \geq 2$ atau $X_2 \leq 1$

C		D	
Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$	Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$
Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2 \leq 12$	Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2 \leq 12$
	$6X_1 + 5X_2 \leq 30$		$6X_1 + 5X_2 \leq 30$
	$X_1 \geq 4$		$X_1 \leq 3$
	$X_2 \geq 2$		$X_2 \leq 1$

Subproblem C tidak mempunyai solusi karena dua batasan awal tidak terpenuhi bila ada batasan tambahan $X_1 \geq 4$ dan $X_2 \geq 2$, jadi cabang ini tidak digunakan.

Solusi optimal dari cabang D adalah $X_1 = 4$ dan $X_2 = 1$, profit 35.16, jadi batas atas berubah menjadi 35.16.

Iterasi 3

Kita buat cabang baru E dengan batasan tambahan batasan $X_1 \leq 4$ dan F dengan batasan tambahan $X_1 \geq 5$

E	
Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$
Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2 \leq 12$
	$6X_1 + 5X_2 \leq 30$
	$X_1 \geq 4$
	$X_1 \leq 4$
	$X_2 \leq 1$

Solusi optimal E adalah $X_1 = 4$ dan $X_2 = 1$ dengan profit 34

F

Maksimisasi: $7X_1 + 6X_2$

Ditujukan pada: $2X_1 + 3X_2 \leq 12$

$6X_1 + 5X_2 \leq 30$

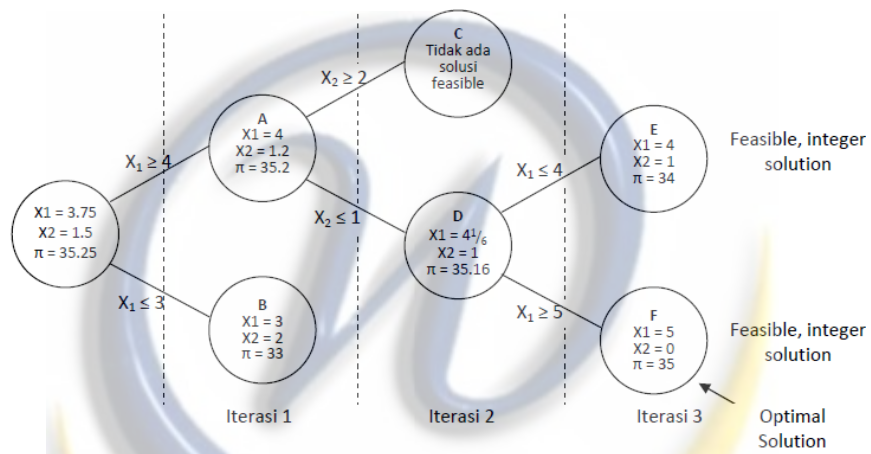
$X_1 \geq 4$

$X_1 \geq 5$

$X_2 \leq 1$

Solusi optimal F adalah $X_1 = 5$ dan $X_2 = 0$ dengan profit 35

Jadi solusi optimal untuk pemrograman bulat ini adalah $X_1 = 5$ dan $X_2 = 0$ dengan profit 35



Gambar 2.5 Diagram Solusi *Branch and Bound*