

## **BAB II**

### **LANDASAN TEORI**

Dalam menyelesaikan persoalan, biasanya diperlukan dasar yang dapat menuntun ke arah pemecahan. Dasar yang digunakan umumnya adalah penjelasan umum mengenai pengertian permasalahan, dan penjelasan teori atau metode yang telah ada. Pada bagian ini akan dibahas beberapa pengertian umum dari pelayanan, distribusi, ongkos transportasi, dan jasa angkut serta teori/metode yang digunakan dalam menyelesaikan persoalan distribusi di PT Tri Banyan Tirta Bandung.

#### **2.1 Sistem Logistik**

Manajemen Logistik merupakan salah satu aktifitas perusahaan yang tertua tetapi juga termuda. Menurut Bowersox (2000), aktifitas logistik mencakup:

1. Lokasi Fasilitas
2. Transportasi
3. Inventarisasi
4. Komunikasi
5. Penanganan dan penyimpanan barang

Tujuan dari logistik ialah menyampaikan barang jadi dan bermacam-macam material dalam jumlah yang tepat pada waktu yang dibutuhkan, dan dengan total biaya yang terendah. Melalui proses logistiklah material kompleks, material yang sangat luas dari negara industri dan produk-produk didistribusikan melalui saluran-saluran distribusi untuk konsumsi (Bowersox, 2000).

Penyelenggaraan logistik memberikan kegunaan (*utility*) waktu dan tempat. Kegunaan tersebut merupakan aspek penting dari operasi perusahaan dan juga pemerintah. Semua bentuk perilaku yang terorganisir membutuhkan sokongan logistik. Nilai dalam bentuk tersedianya barang pada waktunya yang ditambahkan kepada material atau produk adalah suatu hasil dari proses logistik.

Sasaran penyelenggaraan logistik adalah mencapai level sokongan manufaktur-pemasaran yang telah ditentukan sebelum dengan total biaya yang serendah mungkin. Tanggung jawab utama manajemen logistik adalah merencanakan dan mengelola suatu

sistem operasi yang mampu mencapai sasaran ini. Dalam tanggung jawab perencanaan dan pengelolaan yang luas ini terdapat banyak sekaligus yang kompleks dan mendetil. Ciri-ciri utama logistik adalah integrasi berbagai dimensi dan tuntutan terhadap pemindahan (*movement*) dan penyimpanan (*storage*) yang strategis (Bowersox, 2000). Sistem logistik disusun untuk tiga tujuan utama:

1. *Order processing*

Termasuk informasi yang sangat kuat tentang aliran sistem logistik dan jumlah operasi.

2. *Inventory management*

Bagaimana mengatur penimbunan barang yang akan diproduksi, dikirim dan dijual.

3. *Freight transportation* sangat berpengaruh di bidang perekonomian, karena transportasi muatan biasanya mempunyai perbedaan jarak yang sangat jauh antara satu tempat dengan yang lainnya. Dalam *freight transportation*, sebuah pabrik ataupun distributor dapat memiliki tiga alternatif untuk transportasi material, antara lain:

- a. Perusahaan dapat mengoperasikan kendaraan perusahaan.
- b. Barang dapat dikenai biaya melalui transportasi pengiriman secara langsung dengan adanya perjanjian (*contract transportation*).

Perusahaan dapat mengusahakan untuk menggunakan sumber daya yang digunakan seperti kendaraan, para pekerja dan terminal untuk memenuhi keperluan pelanggan (*common transportation*).

## **2.2 Distribusi**

Dalam sistem distribusi menunjukkan kaitan antar kegiatan dimana kegiatan transportasi berperan sebagai mata rantainya. Dengan demikian, transportasi berfungsi sebagai “*jembatan*” yang menghubungkan produsen dengan konsumen, meniadakan jarak diantara keduanya. Jarak tersebut dapat dinyatakan sebagai jarak waktu maupun jarak geografi. Jarak waktu timbul karena barang yang dihasilkan hari ini mungkin belum digunakan sampai besok, atau bulan depan, ataupun tahun depan. Jarak atau keseimbangan ini dijembatani melalui pergudangan dengan teknik tertentu untuk mencegah kerusakan barang yang bersangkutan (Nasution, 2004).

## 2.3 Transportasi

### 2.3.1 Pengertian dan Fungsi Transportasi

Pengertian transportasi menurut Dimiyati (2004) adalah: “*Transportasi membahas masalah pendistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber (supply) ke sejumlah tujuan (destination, demand), dengan tujuan meminimumkan ongkos pengangkutan yang terjadi*”.

Menurut Dimiyati (2004), ciri-ciri khusus persoalan transportasi adalah sebagai berikut:

1. Terdapat sejumlah sumber dan sejumlah tujuan tertentu.
2. Kuantitas komoditas yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan, besarnya tertentu.
3. Komoditas yang dikirim atau diangkut dari suatu sumber ke tujuan tertentu, besarnya sesuai dengan permintaan dan atau kapasitas sumber.
4. Ongkos pengangkutan komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya tertentu.

Ada dua kategori transportasi, yaitu:

Pertama: pemindahan bahan-bahan dan hasil-hasil produksi dengan menggunakan alat angkut.

Kedua: mengangkut penumpang dari suatu tempat ke tempat lain.

Fungsi transportasi itu sendiri adalah untuk mengangkut penumpang dan barang dari suatu tempat ke tempat lain. Transportasi adalah suatu ilmu yang mempunyai banyak kaitannya dengan ilmu-ilmu lain seperti manajemen, pemasaran, pembangunan, ekonomi, UU dan kebijaksanaan pemerintah.

Sistem yang digunakan untuk mengangkut barang-barang dengan menggunakan alat angkut tertentu dinamakan moda transportasi (*mode of transportation*). Dalam pemanfaatan transportasi terdapat tiga moda yang dapat digunakan, yaitu:

1. Pengangkutan melalui laut (*sea transportation*)
2. Pengangkutan melalui darat
3. Pengangkutan melalui udara.

Transportasi mempunyai pengaruh besar terhadap perorangan, masyarakat pembangunan ekonomi, dan sosial politik suatu negara. Pengangkutan merupakan sarana dan prasarana bagi pembangunan ekonomi suatu negara yang bisa mendorong lajunya pembangunan ekonomi (*rate of growth*).

Dalam suatu perusahaan, transportasi merupakan masalah besar terutama di kota-kota besar yang mempunyai jaringan jalan yang cukup kompleks. Masalah umum dalam transportasi adalah perencanaan rute untuk kendaraan atau orang dalam melakukan perjalanan dari tempat asal ke tempat tujuan. Beberapa contoh kasus penentuan rute yang harus direncanakan dalam suatu wilayah atau daerah khusus dari sebuah kota, misalnya rute kendaraan pengangkut sampah, rute distribusi surat kabar, rute pengambilan surat di box-box surat, rute pengambilan *coin* telepon umum dan lain-lain.

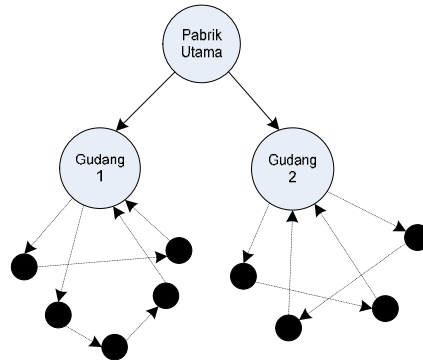
Dalam masalah transportasi banyak digunakan model analisis jaringan yang bertujuan meminimumkan ongkos transportasi. Penggunaannya telah berkembang pesat, seiring dengan berkembangnya disiplin ilmu penelitian operasional. Analisis jaringan menjadi alat yang cukup ideal dalam pemodelan matematis sebagai bidang ilmiah dan teknik karena mempunyai sifat-sifat yang umum dan sederhana juga bisa digunakan perhitungan-perhitungan secara digital.

### **2.3.2 Metode Transportasi Pengangkutan Jarak Pendek**

Menurut Ghiani, dkk., (2004), metode transportasi pengangkutan jarak pendek (*Short-Haul Freight Transportation*) lebih memperhatikan pada pengiriman dan pengambilan barang di daerah yang relatif lebih kecil. Sebagai contoh di desa ataupun di negara dengan menggunakan truk atau beberapa armada. Peraturannya, kendaraan mempunyai satu basis pada satu depot dengan perjalanan kendaraan pada satu *shift* kerja dan dapat termasuk ke beberapa titik pengambilan barang.

### **2.3.3 Klasifikasi Transportasi Pelayanan Jarak Pendek**

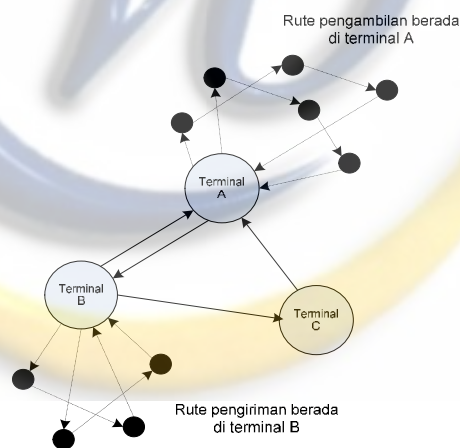
Transportasi jarak pendek biasanya relevan pada perusahaan distribusi yang mengharuskan pengiriman untuk outlet-outlet pengecer atau pesanan pelanggan dari gudang dengan menggunakan mobil kecil. Hal ini dapat dijelaskan pada Gambar 2.1 di bawah ini.



Gambar 2.1 Rute Pengiriman Berdasarkan pada Gudang

(Sumber: Giani, dkk., 2004)

Pada transportasi pengiriman kilat antara daerah asal dan daerah tujuan pada area yang sama, perbedaan antara jarak pendek dengan jarak jauh adalah diharuskannya mengumpulkan paket-paket untuk pengiriman ke luar kota sebelum dikirimkan ke terminal pengaturan sebagai beban konsolidasi dan untuk beban distribusi lokal. Hal ini dapat dijelaskan pada Gambar 2.2 berikut ini.



Gambar 2.2 Rute Pengambilan dan Pengiriman Berdasarkan pada Terminal dengan Menggunakan Pengangkutan Jarak Jauh

(Sumber: Giani, dkk., 2004)

### 2.3.4 Penentuan Rute

Dalam perencanaan transportasi dikenal tahapan *assignment* dimana setelah ditetapkan metode transportasi yang digunakan berikutnya adalah menetapkan rute perjalanan armada angkut. Penjadwalan yang efisien dan penyusunan rute yang baik dapat

menghemat waktu pengantaran bagi kendaraan, dan hasilnya jumlah biaya operasi dapat berkurang. Teknik-teknik *modern* dalam menyusun rute melalui komputer telah diterapkan dengan berhasil di beberapa industri.

Ilmu yang berhubungan langsung dengan penetapan rute adalah analisis jaringan (*path analysis*). Penentuan rute ini dapat dikelompokkan dalam dua kelompok, yaitu:

1. Penelusuran busur (*edge-covering*)

Penelusuran busur merupakan suatu masalah penentuan rute yang menekankan pada penelusuran busur/ruas jalan. Hal ini berarti dalam suatu jaringan tertentu semua busur harus dilalui paling sedikit satu kali.

2. Penelusuran node (*node-covering*)

Penelusuran node/puncak merupakan suatu masalah penentuan rute yang menekankan tercapainya *node*/titik-titik tertentu yang ada pada suatu jaringan. Hal ini berarti dalam suatu jaringan tertentu semua node yang ada harus disinggahi minimal satu kali, dan yang menjadi dasar pemikiran penelusuran puncak adalah *Travelling Salesman Problem* dan *Vehicle Routing Problem*.

Ada beberapa perbedaan antara penelusuran busur dengan penelusuran puncak, yaitu pada penelusuran busur semua busur akan terlntasi, sedangkan puncak merupakan titik-titik potong antar busur. Penelusuran puncak akan terkunjungi dan busur merupakan prasarana gerakan dari suatu puncak ke puncak lain.

Menurut Ballou (1998), penelusuran puncak dalam penentuan rute terbagi dalam dua kelompok:

1. Penelusuran puncak dengan rute awal dan akhir kunjungan berbeda. Penelusuran rute jenis ini diawali dari suatu puncak awal (puncak 1), melalui puncak yang terdapat dalam suatu sistem jaringan yang sedemikian rupa akan berakhir pada puncak yang berbeda (puncak 2) serta akan diperoleh jarak yang minimal. Masalah ini merupakan masalah lintasan terpendek (*Short Path Problem*).
2. Penelusuran puncak dengan rute awal dan akhir kunjungan sama. Penelusuran jenis ini diawali dan diakhiri pada satu puncak yang sama setelah terlebih dahulu melintasi semua puncak yang ada dalam suatu sistem jaringan sehingga diperoleh jarak minimum. Masalah ini merupakan masalah penentuan rute (*Routing Problem*).

Angkutan barang merupakan perpindahan barang antar tempat dengan menggunakan kendaraan bermotor. Masalah yang timbul dalam penentuan rute angkutan barang ini adalah merancang rute yang optimal sehingga diperoleh ongkos, waktu dan jarak yang optimal untuk ditempuh dengan memperhatikan kondisi kendala dari arus lalu lintas dan kapasitas kendaraan. Secara umum tujuan dari penentuan rute ini adalah merancang rute yang tetap selama 10 periode dan dapat mencapai jarak yang ditempuh optimal dengan ongkos transportasi yang optimal pula.

Permasalahan ini dapat dibagi ke dalam tiga kelompok, yaitu:

1. Penentuan Rute Harian

Penentuan rute harian merupakan perancangan rute angkutan barang untuk satu hari perjalanan, sehingga perjalanan berikutnya harus dirancang kembali.

2. Penentuan Rute Periodik

Penentuan rute periodik merupakan rancangan rute angkutan barang pada satu periode tertentu, dimana tidak semua konsumen dilayani pada setiap harinya, sehingga selain merancang rute juga harus ditentukan juga terlebih dahulu konsumen yang akan dilayani.

3. Penentuan Rute Tetap

Penentuan rute tetap merupakan perancangan rute angkutan barang yang terus berlaku pada suatu periode tertentu tanpa menjalani perubahan.

## **2.4 Ongkos Transportasi (Angkut)**

Ongkos merupakan metode untuk mengalokasikan sumber, tidak ada istilah ongkos yang benar, yang ada adalah strategi pengongkosan yang optimal untuk mencapai tujuan tertentu. Selanjutnya dikatakan bahwa suatu pengongkosan yang optimal tergantung pada tujuan yang ingin dicapai, misalnya untuk mencapai tujuan memaksimalkan kesejahteraan mungkin berbeda dengan tujuan untuk memaksimalkan keuntungan (Taha, et al. 1982).

Pada umumnya, perusahaan angkutan swasta memiliki motivasi untuk memaksimalkan keuntungan. Dalam kondisi pasar yang bersifat kompetisi sempurna, dimana perusahaan angkutan swasta tidak dapat mempengaruhi harga, sehingga penentuan ongkosnya ditentukan oleh interaksi permintaan dan penawaran dari pihak perusahaan yang menggunakan jasa transportir. Dalam keadaan demikian ini tidak mungkin perusahaan

transportir mendapatkan keuntungan yang berlebihan dalam jangka waktu pendek, karena keuntungan yang berlebihan akan menarik orang lain untuk masuk menjadi pemilik perusahaan transportir, sehingga total penawaran meningkat.

#### **2.4.1 Hubungan antara Jarak dengan Ongkos**

Hubungan antara jarak dengan ongkos dapat sangat sensitif maupun tidak. Secara umum dikatakan bahwa jarak mempengaruhi besar-kecilnya ongkos persatuan berat. Adapun bentuk hubungan ini dapat diklasifikasikan kedalam empat kelas, yaitu:

a. Ongkos seragam (*Uniform*)

Untuk beberapa titik asal dan tujuan diberlakukan ongkos yang sama besarnya. Untuk ongkos seragam yang paling sederhana terjadi, jika seluruh sumber dan tujuan dikenakan beban ongkos yang sama.

b. Ongkos Proposional

Yaitu besarnya ongkos yang proposional terhadap jarak. Semakin jauh jaraknya semakin tinggi ongkosnya.

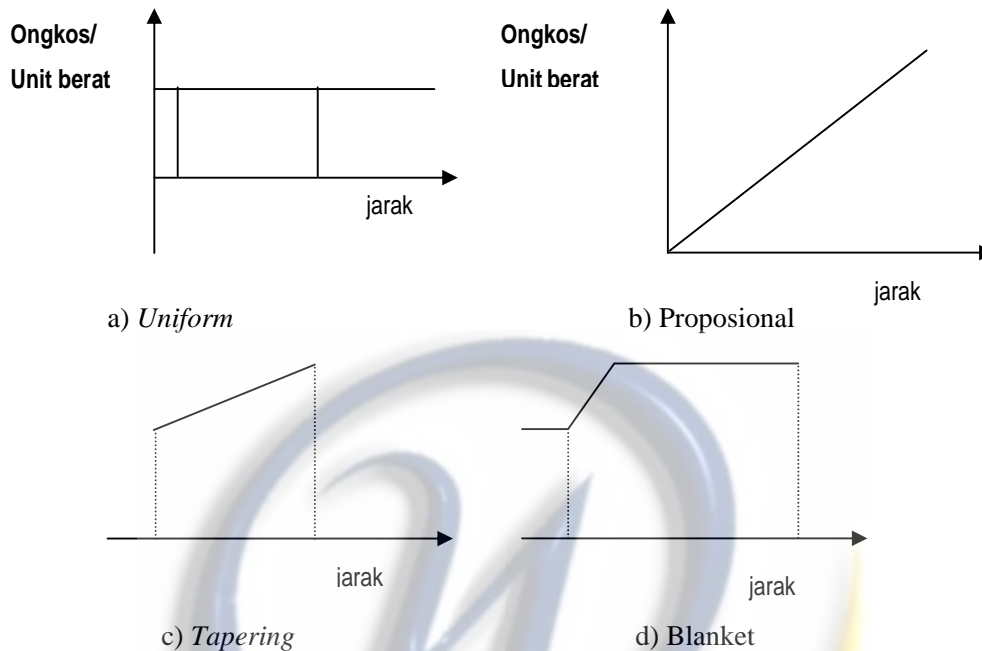
c. Ongkos lengkung (*tapering*)

Besarnya ongkos yang semakin tinggi, jika jaraknya semakin jauh, tetapi ongkos persatuan jarak semakin kecil.

d. Ongkos selimut (*blanket*)

Ongkos yang diberlakukan sama untuk suatu luasan wilayah di asal, di tujuan atau di keduanya. Dalam hal ini besarnya ongkos dikelompokkan untuk setiap daerah jarak tertentu.

Keempat jenis hubungan antara ongkos dengan jarak tersebut digambarkan dalam gambar 2.3



**Gambar 2.3 Jenis-jenis Hubungan Ongkos dengan Jarak**  
(Sumber : Winston, 1987)

#### 2.4.2 Hubungan antara Ukuran Barang dengan Ongkos

Secara ekonomi dalam perusahaan angkutan menunjukkan bahwa biaya angkut berhubungan dengan ukuran dari barang yang diangkut. Hubungan antara ongkos angkut dengan ukuran dari barang yang diangkut dapat dicerminkan oleh beberapa cara, antara lain:

- Ongkos dapat dikenakan langsung pada jumlah barang yang diangkut. Jika yang diangkut kecil, yaitu dibawah minimum yang ditetapkan, ongkos yang dikenakan sama. Jumlah yang lebih besar, tetapi masih kurang tingkat minimum kedua, ditarik lebih rendah.
- Memberikan ongkos tertentu untuk jumlah barang yang besar. Ongkos khusus yang lebih rendah dari ongkos umum, dapat diberlakukan untuk angkutan barang yang jumlahnya besar.

- c. Besarnya ongkos proporsional dengan beratnya barang yang diangkut.

### 2.4.3 Hubungan antara Jenis Barang dengan Ongkos

Jika ongkos dibedakan untuk semua jenis barang, maka akan banyak sekali jumlahnya. Untuk menyederhanakan, maka perlu adanya pengelompokkan dari beberapa jenis barang sesuai dengan kondisi pengangkutannya.

Faktor-faktor yang dapat dipertimbangkan dalam menentukan kelompok ongkos adalah:

- a. Berat barang per meter kubik
- b. Nilai barang per ton
- c. Kemudahan rusak, pecah dan dicuri
- d. Bahaya terhadap pengangkutan
- e. Kemudahan *Handling*
- f. Tarif produk sejenis
- g. Nilai pelayanan
- h. Dimensi barang
- i. Faktor Kompetisi

## 2.5 Terminologi Jaringan

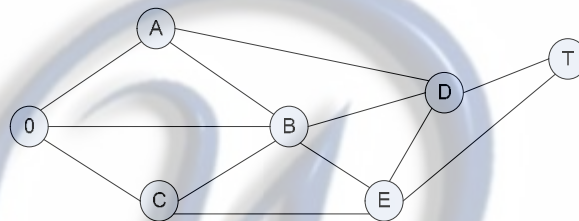
Menurut Winston (1987), Pada dasarnya masalah penentuan rute dapat dikelompokkan dalam dua golongan, yaitu:

1. *Edge-Covering*, yaitu masalah penentuan rute yang dapat dikelompokkan pada jaringan tertentu semua busur harus dilalui paling sedikit satu kali. Sebagai contoh untuk kelompok pertama ini adalah rute patroli polisi, rute pengantar pos, rute penyapu jalan, dan sebagainya.
2. *Node Covering*, yaitu masalah penentuan rute yang ditekankan pada pencapaian node-node atau titik-titik tertentu yang ada pada suatu jaringan. Artinya bahwa semua node yang ada pada suatu jaringan harus disinggahi paling tidak satu kali, sebagai contoh untuk kelompok kedua ini adalah masalah *Traveling Salesman Problem (TSP)* dan *Vehicle Routing Problem (VRP)*.

Beberapa kriteria yang biasanya digunakan dalam masalah penentuan rute antara lain: transportasi, waktu, jarak dan sebagainya. Sedangkan kendala-kendala yang umumnya

terdapat adalah kendala kapasitas muat, jarak tempuh, waktu tempuh, dan sebagainya. Setiap permasalahan rute memiliki karakteristik sendiri, sehingga kriteria yang dihadapi juga terkadang berbeda.

Model transportasi dapat juga dipresentasikan dan diselesaikan sebagai suatu jaringan. Pada persoalan jaringan, berdasarkan terminologi teori grafis, maka suatu fisik akan terdiri dari suatu set titik-titik yang dihubungkan yang disebut *node*. *Node* tertentu dihubungkan oleh garis yang disebut *busur*. Gambar 2.4 adalah contoh sebuah grafik lingkaran-lingkaran yang menyatakan stasiun-stasiunnya adalah *node*-nya, dan jalan-jalan yang menghubungkan stasiun-stasiun itu adalah busurnya.



Gambar 2.4 Jaringan

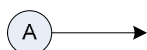
(Sumber: Dimiyati, 2004)

*Lintasan* diantara *node*  $i$  dengan *node*  $j$  adalah urutan-urutan busur yang menghubungkan kedua *nodes* tersebut. Misalnya pada Gambar 2.4, lintasan yang menghubungkan *node* 0 dengan *node* T adalah urutan-urutan dari busur 0 ke B ke D, D ke T atau sebaliknya.

Beberapa terminologi tambahan dari jaringan ini adalah:

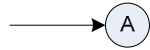
- *Siklus*, yaitu lintasan yang menghubungkan suatu *node* dengan *node* itu sendiri. Contoh lintasan A ke D, D ke B, dan B ke A.
- *Pohon (tree)*, yaitu grafik yang mempunyai lintasan yang menghubungkan pasangan-pasangan *node*, dimana siklus tidak terjadi
- *Busur maju  $i$* , yaitu busur yang meninggalkan *node*  $i$ .

Contoh:



- *Busur mundur i*, yaitu busur yang menuju node  $i$ .

Contoh:



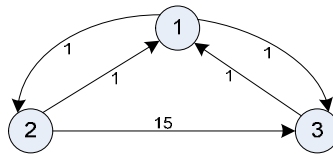
- *Kapasitas aliran* suatu busur dengan arah tertentu, yaitu batas atas aliran (atau jumlah aliran total) yang fisibel pada busur tertentu.
- *Sumber* suatu jaringan, yaitu *node* yang menjadi awal bagi busur-busurnya, dimana aliran bergerak meninggalkannya. Pada Gambar 2.4, *node 0* adalah sumber jaringan.
- *Tujuan* suatu jaringan, yaitu *node* yang dituju oleh busur-busurnya, dan aliran masuk ke *node* tersebut. Pada Gambar 2.4, T adalah tujuan jaringan.

## 2.6 Traveling Salesman Problem (TSP)

Persoalan *Traveling Salesman Problem* (TSP) termasuk ke dalam persoalan yang sangat terkenal dalam teori graph. Nama persoalan ini diilhami oleh masalah seorang pedagang yang akan mengunjungi sejumlah kota. TSP merupakan suatu masalah yang dihadapi oleh seorang *salesman* dalam mencari alternatif rute terpendek untuk mengunjungi tempat-tempat yang ditentukan, dimana mereka hanya mulai dan kembali dalam tempat yang sama serta hanya mengunjungi tempat-tempat tersebut satu kali.

TSP muncul pertama kali pada tahun 1931-1932. Persoalan TSP adalah persoalan yang sulit (*hard problem*) dipandang dari sudut komputasinya. Artinya secara teoritis, TSP dapat dipecahkan dengan menumerisasi  $(n-1)1/2$  buah sirkuit Hamilton, menghitung panjang rute masing-masing sirkuit dan kemudian memilih sirkuit yang memiliki panjang rute terpendek.

Sirkuit dengan setiap puncaknya dalam graph  $G$  yang dilintasi hanya tepat sekali dinamakan sirkuit Hamilton. Sirkuit Hamilton dengan jarak total terpendek dinamakan Sirkuit Hamilton Optimum dan merupakan solusi untuk persoalan *salesman*. Namun, suatu sirkuit *salesman* optimum tidak selamanya merupakan Sirkuit Hamilton Optimum. Gambar 2.5 di bawah ini adalah contoh Graph Sirkuit Hamilton.



Gambar 2.5 Bentuk *Graph* Sirkuit Hamilton

(Sumber: Rinaldi, 2001)

Sirkuit Hamilton dalam graph adalah (1,2), (2,3), (3,1) dengan total jarak  $1 + 15 + 1 = 17$  unit, sedangkan optimumnya adalah (1,2), (1,2); (1,3), (3,1) yang melalui *vertex* 1 sebanyak dua kali dengan gerakan  $1+1+1+1 = 4$  unit, sehingga terlihat sirkuit *salesman* optimum tidak selalu merupakan Sirkuit Hamilton optimum.

Dengan demikian, Sirkuit Hamilton adalah sebuah solusi optimum (bila solusi ada) untuk persoalan *salesman* umum untuk graph  $G$ . Kondisi ini berarti jarak langsung dari  $i$  ke  $z$  tidak melebihi jarak melalui setiap *vertex* lainnya ( $j$ ). Kondisi ini dinamakan *Triangular Inequality*, masalah ini sederhana dan mudah untuk dimengerti tetapi memerlukan pemecahan yang unik, karena banyak alternatif rute yang dapat dipilih adalah rute yang berbeda. Sebagai gambaran untuk 10 tempat yang berbeda, maka akan terdapat 1000 alternatif rute yang berbeda. Hal ini akan sulit untuk dapat memilih rute yang terpendek dari semua alternatif rute yang ada, apalagi bila dilakukan dengan menggunakan perhitungan manual.

Kekurangan pada pembatas operasional menurut Ghiani, dkk. (2004), adalah adanya solusi NRP (*Node Routing Problem*) meskipun hanya dapat digunakan satu kendaraan. Karena itu, NRP diubah menjadi TSP dimana didalamnya dapat ditemukan rute yang paling kecil termasuk puncak yang diperlukan dan juga depot. Pada beberapa solusi TSP yang memungkinkan pada grafik  $G$ , setiap puncak dari  $U \cup \{0\}$  terlihat paling tidak satu atau dua kali jalur dengan ongkos terkecil.

Sebagai konsekuensinya, TSP dapat diformulasikan sebagai  $G' = (V', A')$ , dimana  $V' = U \cup \{0\}$  adalah puncaknya sedangkan  $A'$  adalah busur. Dengan setiap busur  $(i,j) \in A'$  diasosiasikan sebagai ongkos  $c_{ij}$  yang sama dengan jalan dengan ongkos terkecil dari  $i$  ke  $j$  pada  $G$ . Ongkos ini dapat dikatakan sebagai persamaan segitiga, yaitu:

$$C_{ij} \leq C_{ik} + C_{kj} \quad (2.1)$$

Dimana,

$$V(i, j) \in A' \text{ dan } \forall k \in V' \text{ dengan } k \neq I, J \quad (2.2)$$

Dengan adanya persamaan inilah, adanya solusi optimal dari TSP yang kemudian dinamakan Hamiltonian pada  $G'$  contohnya pada satu lingkaran dimana masing-masing titik puncaknya pada  $V'$  muncul hanya sekali. Dibeberapa ketentuan, pencarian untuk solusi TSP yang optimal atau merupakan salah satu bagian dari optimal maka dibatasi pada rute Hamiltonian.

Bila  $c_{ij} = c_{ji}$  untuk setiap pasangan puncak yang sama  $I, J \in V'$  maka TSP dikatakan simetris (STSP), jika sebaliknya maka dinamakan asimetris (ATSP). STSP cocok untuk transportasi antar kota, sedangkan ATSP lebih diutamakan untuk pengaturan daerah kota karena adanya jalan satu arah. Tentu saja, teknik pengembalian solusi untuk ATSP dapat digunakan juga untuk STSP. Pendekatan ini bagaimanapun, sangat tidak berguna karena itu tergantung pada kesepakatan pelanggan dengan terbagi menjadi dua bagian.

Algoritma pada model TSP yaitu algoritma insersi terdekat (*nearest insertion algorithm*). Adapun prosedur yang dapat dilakukan dalam algoritma insersi terdekat adalah:

1. Pilih salah satu lokasi untuk memulai, misal lokasi  $i$
2. Pilih lokasi terdekat, sebut saja lokasi  $j$  dan bentuk subtour  $(i, j)$
3. Untuk setiap iterasi cari lokasi  $k$  bukan di subtour yang terdekat ke lokasi mana saja dalam subtour. Tentukan tour  $(i, j)$  dalam subtour yang meminimalkan  $d(i, k) + d(k, j) - d(i, j)$ , masukkan lokasi  $k$  diantara  $i$  dan  $j$ , ulangi proses ini hingga jalur terbentuk. Ingat bahwa dalam langkah iterasi coba tambahkan jumlah terkecil jarak ke subtour yang ada. Dengan memindahkan tour  $(i, j)$  dan menambahkan tour  $(i, k)$  dan  $(k, j)$ .

### 2.6.1 Model-Model TSP

#### a. Model Depot Tunggal

Model depot tunggal merupakan suatu masalah yang berhubungan dengan kunjungan seorang *salesman* satu kali ke setiap lokasi dalam suatu wilayah kerjanya sebelum kembali ke lokasi asal, sehingga akan didapat lintasan kerja yang minimal.

b. Model Depot Jamak (*m*-TSP)

Model depot jamak merupakan suatu masalah dari bentuk pelayanan yang terdiri dari atas beberapa fasilitas pelayanan untuk melayani fasilitas-fasilitas yang telah ditentukan guna menentukan jumlah fasilitas yang harus ditempatkan dan biasanya telah ditetapkan terlebih dahulu. Penetapan jumlah fasilitas dapat dilakukan dengan berbagai cara dan perhitungan.

### 2.6.2 Metode-Metode Pemecahan TSP

a. Teknik Eksak (Metode Optimasi)

Teknik ini memiliki jaminan menemukan solusi optimal tetapi memerlukan banyak langkah-langkah pengerjaan dalam melakukan perhitungan untuk ukuran besar.

Metode *Branch and Bound* atau metode Pencabangan dan Pembatasan (MPP) adalah menentukan sirkuit Hamilton yang memiliki total bobot minimum pada sebuah grafik terhubung. Pembatasan dilakukan untuk mempercepat perhitungan sehingga tidak semua lintasan harus dihitung. Penghitungan dilakukan dengan fungsi pembatas tertentu, menghitung nilai batas untuk tiap-tiap simpul untuk dipilih sebagai simpul yang dibuat cabangnya. Bila sebuah perjalanan lengkap diperoleh, akan menjadi batas minimum sementara, semua perjalanan sebagian yang nilainya lebih besar akan dikeluarkan dalam pencarian (Rinaldi, 2001).

b. Teknik Pendekatan (Metode Heuristik)

Teknik ini paling sering dipergunakan untuk pemecahan masalah transportasi karena waktu pengerjaan yang sangat singkat dan langkah-langkah pengerjaan dalam perhitungan sederhana, namun tidak selalu memberikan jaminan menemukan solusi optimal.

### 2.6.3 Permasalahan Rute Kendaraan atau *Vehicle Routing Problem* (VRP)

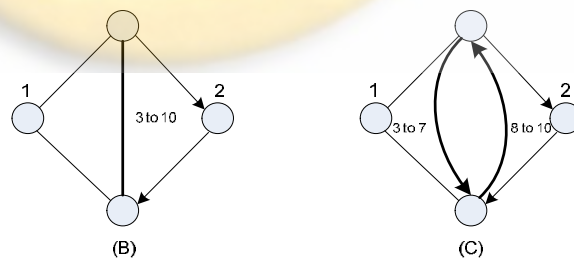
VRP terdiri dari penentuan rute yang digunakan dengan armada kendaraan yang melayani beberapa pelanggan. VRP dapat didefinisikan sebagai grafik campuran  $G = (V, A, E)$ , dimana  $V$  adalah kumpulan induk,  $A$  adalah lingkaran dan  $E$  adalah sisi. Puncak  $A(0)$  diwakili dengan depot dimana kendaraan  $M$  ditempatkan, sementara itu  $U \subseteq V$  dari puncak dan sebagian dari  $R \subseteq A \cup E$  dari lingkaran dan sisi yang digambarkan sebagai

pelanggan. Jumlah VRP ditentukan dari kumpulan ongkos terkecil dari perjalanan  $M$  yang bertempat di depot, dan termasuk keperluan puncak (*vertices*), busur (*arc*) dan tepi (*edges*).

Pada Gambar 2.6 di bawah ini, adalah grafik *arc* dan *edges* digambarkan sebagai ruas jalan *vertices* yang digambarkan sebagai persimpangan jalan. Pelanggan yang terpisah digambarkan sebagai keperluan *vertices*, mengingat sebagian distribusi pelanggan hampir secara berkesinambungan, pelanggan dimodelkan sebagai *arc* dan *edges* (hal ini sering terjadi pada pengiriman surat dan pembuangan sampah padat pada daerah pedesaan).

Pada contoh pada Gambar 2.6 dan Gambar 2.7, bila  $R = \theta$  maka VRP dinamakan *node routing problem* (NRP), sedangkan bila  $U = \theta$  maka dinamakan *arc routing problem* (ARP), NRP banyak dipelajari lebih luas dibandingkan dengan ARP dan biasanya lebih sederhana dibandingkan dengan VRP. Jika  $M = 1$  dan tidak ada pembatas, NRP dinamakan *Traveling Salesman Problem* (TSP) klasik dimana terdiri dari penentuan waktu puncak lintasan tunggal dari  $G$  mengingat ARP adalah *Rural Postman Problem* (RPP), dimana sejumlah rancangan lintasan tunggal termasuk dalam lingkaran dan sisi dari  $R$ . RPP cenderung terjadi pada masalah tukang pos di China jika setiap lingkaran dan sisi harus juga mendapatkan pelayanan ( $R = A \cup F$ ).

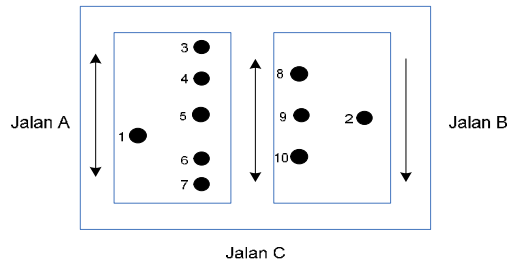
Pada Gambar 2.6(B) adalah grafik yang mewakili bila kendaraan yang melintas jalan B dapat melayani pelanggan dari dua sisi, sedangkan pada Gambar 2.6(C) adalah grafik yang mewakili bila kendaraan yang melintas jalan B hanya dapat melayani pelanggan pada satu sisi.



Gambar 2.6 Grafik Kendaraan

(Sumber: Ghianni, dkk., 2004)

Pada Gambar 2.7 di bawah ini adalah merupakan jaringan jalan dimana 10 pelanggan (disimbolkan dengan titik hitam) harus dilayani. Jalan A dan C adalah dua arah, sedangkan B adalah satu arah.



Gambar 2.7 Jaringan Jalan

(Sumber: Ghianni, dkk., 2004)

#### 2.6.4 Node Routing Problem (NRP) dengan Kapasitas dan Pembatas Jarak

Beberapa pengaturan pembatas operasional dapat diberlakukan ketika merancang rute kendaraan. Pembatas ini menjadikan sejumlah perbedaan yang sangat besar dari jenis-jenisnya dan algoritmanya dijelaskan pada literatur yang mana biasanya tergantung pada tipe pembatas. Karena alasan inilah, pembatas yang paling penting dari NRP adalah pemeriksaan dan minimnya teknik yang mewakili dari pendekatan yang sering digunakan.

*Node Routing Problem* dengan Kapasitas dan Pembatas Jarak (NRPCL) dapat dirumuskan menjadi grafik sempurna secara langsung  $G' = (V', A')$  atau untuk grafik sempurna secara tidak langsung  $G' = (V', E')$  tergantung pada bagaimana matriks jaraknya, apakah simetris atau tidak. Pada kedua kasus tersebut, puncak  $V'$  terdiri dari gudang 0 dan pelanggan pada  $U$ , dengan begitu fokus dari masalah tersebut lebih cenderung pada versi simetris.

NRPCL dapat dirumuskan dengan merubah model STSP, langkah-langkah pengerjaan sebagai berikut:

1. Minimasi

$$\sum_{(i,j) \in E'} c_{ij} x_{ij}$$

2. Pokok persoalan

$$\sum_{i \in V' \setminus \{0\}} x_{ij} + \sum_{i \in V' \setminus \{0\}} x_{ji} = 2, j \in U \quad (2.16)$$

$$\sum_{i \in V' \setminus \{0, i\} \in E'} x_{0i} = 2m \quad (2.17)$$

$$\sum_{i \in V' \setminus \{0, i\} \in E'} x_{ij} + \geq 2\alpha(s), \text{ dengan: } s \subseteq V' \setminus \{0\}, |S| \geq 2 \quad (2.18)$$

$$\sum_{(i,j) \in E' \setminus i \in S, j \in S} x_{ij} + \sum_{(j,i) \in E' \setminus i \in S, j \in S} x_{ji} \geq 4$$

Dengan:  $s \subseteq V' \setminus \{0\}, |S| \geq 2$  dan  $t^*_{STSP}(S) > T$

$$\text{dan: } X_{ij} \in \{0,1\}, (i,j) \in E' \quad (2.19)$$

Hambatan 2.16 mengemukakan bahwa dua sisi terjadi pada setiap pelanggan ( $j \in U$ ) atau disebut juga sebagai derajat pembatas pelanggan. Seperti halnya hambatan 2.17 yang menyebutkan bahwa  $2m$  terjadi pada puncak (0) atau derajat pembatas depot. Pembatas kapasitas (2.18) menentukan bahwa jumlah kendaraan yang melayani konsumen pada  $S$  paling tidak memiliki pembatas yang lebih rendah  $\alpha(S)$  pada nilai solusi optimal dari permasalahan 1-BP dengan item yang memiliki berat ( $p_i$ ),  $i \in S$  dan kapasitas tempat penyimpanan ( $q$ ).

Pada praktiknya, seringkali digunakan rumus  $\alpha(S) = \lfloor (\sum_{i \in S} p_i) / q \rfloor$ . Pembatas jarak persamaan 2.19 dimana rute tunggal tidak cukup untuk melayani seluruh pelanggan pada  $S$  bilamana durasi  $t^*_{STSP}$  dari biaya terkecil lintasan Hamiltonian meliputi  $S \cup \{0\}$  melebihi  $T$ .

Sebuah formulasi alternatif dari NRPCL dapat diperoleh sebagai berikut: misalkan  $K$  menjadi set dari rute di  $G'$  yang memenuhi kapasitas dan pembatas jarak dan diasumsikan bahwa  $C_k$ ,  $k \in K$ , menjadi biaya rute  $k$ . Tetapkan  $a_{ik}$ ,  $i \in V'$ ,  $k \in K$ , sebagai dua bagian konstan setara 1 jika rute  $k$ , digunakan pada solusi optimal dan setara dengan 0 bila sebaliknya. NRPCL dapat diformulasikan sebagai sebuah bagian dari pembagian permasalahan atau *set partitioning problem* (NRPS) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

### 1. Minimasi

$$\sum_{k \in K} C_k y_k$$

## 2. Pokok persoalan

$$\sum_{k \in K} a_{ik} y_k = 1, i \in V' \quad (2.20)$$

$$\sum_{k \in K} y_k = m, \text{ dengan: } y_k \in \{0,1\}, k \in K \quad (2.21)$$

Pembatas 2.20 menentukan bahwa setiap pelanggan  $i \in V'$  harus dilayani, sementara pada batasan 2.21 mewajibkan bahwa kendaraan ( $m$ ) tepat digunakan.

NRPSP sangat dapat dikerjakan dengan mudah sehingga termasuk di dalam pembatas operasional. Hal ini merupakan kelemahan dalam variabel dengan jumlah besar terutama untuk masalah 'pembatas lemah'. Sebagai contoh, jika  $p_i = 1, i \in U$ , dan hambatan panjang tidak mengikat, meski begitu para konsumen datang di tiap rute dalam tiga kali atau lebih. Sebagai konsekuensinya:  $|K| = 0 \{ (\binom{|V'|}{1}) + (\binom{|V'|}{2}) = 0(\binom{|V'|}{3})$

Ini mudah untuk ditunjukkan pada pembatas 2.20 dapat diganti dengan hubungan  $\sum_{k \in K} a_{ik} y_k \geq 1, i \in V'$ , dimana pada beberapa kasus dapat dengan mudah didapatkan penyelesaian dari NRPS (set covering algorithm).

Akhirnya, baik model NRPS dan NRPS dapat digunakan secara umum untuk menghasilkan solusi heuristik hanya dengan memasukkan jumlah yang terbatas ( $K' \subset K$ ) dari rute yang tepat dari sebuah model.

Beberapa metode yang dapat digunakan dalam penyelesaian NRPS:

### 1. Cluster First, Route Second Heuristic

*Cluster First, Route Second Heuristic* berusaha menentukan solusi NRPS yang baik dalam dua langkah. Pertama, pelanggan dibagi menjadi bagian  $U_k \subset V' \setminus \{0\}$ , dimana masing-masingnya diumpamakan dengan penggunaan kendaraan ( $k = 1 \dots m$ ). Kedua, dengan setiap kendaraan ( $k = 1 \dots m$ ), STSP pada grafik lengkap disebabkan oleh  $U_k \cup \{0\}$  dapat diselesaikan (dengan benar atau secara heuristik). Pembagian dari tiap-tiap pelanggan dapat dibuat secara visual atau menggunakan prosedur yang formal (seperti diutarakan oleh Fisher dan Jaimukar). (Sumber: Ghiani, dkk., 2004)

## 2. *Route First, Cluster Second Heuristic*

*Route First, Cluster Second Heuristic* berusaha untuk menentukan sebuah solusi NRPCL dalam dua tahap. Pertama, lingkaran tunggal Hamiltonian (umumnya *infeasible* untuk NRPCL) dihasilkan melalui secara tepat atau secara heuristik pada algoritma STSP. Kemudian, lingkaran dipisah-pisahkan ke dalam  $m$  rute yang tepat, mulai dan berakhir di depot. Pemisahan rute dapat ditampilkan secara visual atau diartikan dari prosedur formal, seperti yang ditampilkan oleh Beasley.

(Sumber: Ghiani, dkk., 2004)

## 3. *Saving Heuristic*

Heuristik penghematan adalah prosedur pengulangan yang pertama kali menghasilkan rute yang jelas ( $U$ ) dimana masing-masingnya melayani satu pelanggan. Pada setiap iterasi berikutnya, algoritma mencoba untuk menggabungkan pasangan rute supaya diperoleh pengurangan biaya (penghematan). Penghematan biaya ( $S_{ij}$ ) diperoleh bila melayani pelanggan ( $i$ ) dan ( $j$ ).  $i, j \in U$  berada pada satu rute, sebagai oposisinya untuk melayani secara individual maka diperoleh:

$$S_{ij} = c_{1i} + c_{1j} - c_{ij} \text{ untuk } i \text{ dan } j = \text{nodes } 2, 3, K, n$$

Dimana

$C_{ij}$  = jarak perjalanan dari node  $i$  ke node  $j$

(Sumber: Ghiani, dkk., 2004)

Dalam beberapa keadaan, pelanggan harus dilayani dengan waktu yang spesifik. Sebagai contoh, pengecer toko yang tidak dapat melayani pada saat sibuk. Pada versi sederhana, menurut Ghiani, dkk., (2004) *Node Routing And Scheduling Problem With Time Windows* (NRSPTW), setiap pelanggan mempunyai jendela waktu tunggal, sementara itu pada varian lainnya, setiap pelanggan dapat dibuat menjadi pelipat gandaan jendela waktu (contoh pada pagi dan siang hari). Misalkan  $e_i$ ,  $i \in U$  menjadi waktu terlambat (atau *deadline*) dimana pelayanan harus dimulai pada pelanggan ( $i$ ). Sama halnya dengan misalkan  $e_0$  menjadi waktu tercepat dimana kendaraan dapat meninggalkan depot, dan misalkan  $\ell_0$  menjadi batas akhir sampai dimana kendaraan harus kembali ke depot.

Pada NRSPTW, waktu pelayanan dimulai pada saat setiap pelanggan  $i \in U$ , adalah sebagai variabel keputusan ( $b_i$ ). Bila kendaraan datang terlalu cepat pada pelanggan  $j \in U$ ,

maka diharuskan untuk menunggu dan  $b_j$  dengan  $j \in U$ , karena  $b_j$  dengan  $j \in U$  diperoleh dari  $b_j = \max \{e_j, b, + s + t_{ij}\}, j \in U$ , dimana  $(i)$  adalah pelanggan dikunjungi sebelum  $j$ , dan  $t_{ij}$  adalah waktu perjalanan tercepat antara pelanggan  $i$  dan  $j$ , dan  $s_i$  merupakan waktu pelayanan dari pelanggan  $i$ .

Hal ini tidak berharga, walaupun melalui biaya perjalanan dan waktu secara asimetris, sebuah solusi dibuat dari kumpulan perjalanan keliling. Karena dengan jendela waktu tidak diharuskan mengikuti pembalikan dari orientasi rute. Metode tipe penyisipan diantaranya banyak digunakan untuk NRSPTW. Salah satu diantaranya adalah metode Solomon II.

Prosedur ini membuat polusi yang tepat dengan mendirikan satu rute pada saat itu pada setiap iterasinya, prosedurnya memutuskan pelanggan manan ( $u^* \in U$ ) yang harus disisipkan untuk solusi yang ada, dan diantara pelanggan yang berdekatan  $i$  ( $u^*$ ) dan  $j$  ( $u^*$ ), pelanggan baru ( $u^*$ ) harus disisipkan pada rute yang sudah ada. Ketika memilih  $u^*$ , algoritmanya memperhitungkan bagaimana penambahan biaya yang terjadi dan juga penundaan waktu pelayanan ketika pelanggan  $u^*$  diikutsertakan pada rute tersebut. Tabel 2.1 di bawah ini menguraikan tentang metode dari *Vehicle Routing Problem*.

**Tabel 2.1 Metode dari *Vehicle Routing Problem***

No.	Metode	Penjelasan
1.	<b><i>Traveling Salesman Problem (TSP)</i></b>	Bila jumlah kendaraan hanya satu dan digunakan untuk transportasi didalam kota ( <i>inter-city</i> ).
	a. <i>Symmetric TSP, (Lower Bound, Nearest Neighbour Heuristic, The Christofides Heuristic, Lokal Search Algorithms)</i>	
	b. <i>Asymmetric TSP (Lower Bound, Patching Heuristic)</i>	Digunakan untuk daerah kota ( <i>urban-settings</i> ) yang menggunakan jalur satu arah ( <i>one way streets</i> ).
2.	<b><i>The Node Routing Problem With Capacity aid Lenght</i></b>	Digunakan untuk jumlah kendaraan lebih dari 1, setiap node mempunyai demand,
	a. <i>Single Depot (Savings Heuristic)</i>	
	b. <i>Mufii Depot (Cluster First Route Second, Route First Chuster Second)</i>	Pelanggan hanya dikunjungi sekali, mempunyai waktu durasi menerima
3.	<b><i>The Node Routing and Scheduling Problem with Time Windows (NRSPTW)</i></b>	Hanya dapat digunakan bila pendistribusian mempunyai waktu-waktu tertentu
4.	<b><i>Are Touting Problem (ARP)</i></b>	Menentukan biaya minimum dari rute yang dilewati semua

	a. Chinese Postman Problem (CPP) (Directed CPP, Undirected CPP)	node (puncak dan tepi) paling tidak sekali distribusi.
	b. Rural Postman Problem (RPP) (Directed RPP, Undirected RPP)	Menentukan rute dengan biaya yang terkecil dari grafik melewati bagian dari node di wilayah banyak penduduk
5.	<b><i>VEHICLE Routing and Scheduling</i></b>	Menggunakan lebih dari 14 kendaraan, tiap-tiap kendaraan mempunyai kapasitas angkut berbeda, total waktu maksimum 8 jam, pengemudi mendapat waktu istirahat, pengambilan hanya diijinkan pada saat rute setelah dilakukan pengiriman.



