

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Permintaan terhadap jasa angkutan bis dari tahun ke tahun semakin bertambah, sejalan dengan mobilitas masyarakat. Perusahaan **OTOBIS DARMA SARDIA (PO DS)** sebagai salah satu perusahaan angkutan penumpang bertujuan untuk memberikan pelayanan kepada masyarakat dan untuk memperoleh keuntungan guna mempertahankan eksistensinya serta mengembangkan usahanya. Dalam rangka mencapai tujuan tersebut, PO DS berusaha memperhatikan ketersediaan dari bis-bis yang dimilikinya, sehingga dapat beroperasi secara maksimal dan memberi kontribusi kepada masyarakat dalam hal sarana angkutan darat.

PO DS memiliki dua trayek operasi bis, yaitu reguler dan wisata. Bis reguler memiliki trayek Bandung-Cirebon, sedangkan trayek bis wisata sesuai keinginan konsumen. Bis yang dimiliki PO DS bermacam-macam merek dan jumlahnya pada setiap trayek tersebut. Untuk bis reguler bermerek Mitsubishi berjumlah 15 unit bis, bermerek Mercedes berjumlah 20 unit bis, dan bermerek Isuzu berjumlah 5 unit bis. Bis wisata bermerek Mercedes Benz berjumlah 10 unit bis, bermerek Mitsubishi berjumlah 10 unit bis, bermerek Hino berjumlah 22 unit bis dan bermerek Nissan berjumlah 3 unit bis.

Dalam memberikan pelayanan jasa transportasi tersebut maka pengelolaan dari bis harus ditangani dengan baik. Salah satu bagian yang menunjang dalam pengelolaan bis adalah bagian perawatan, aktivitas perawatan yang dilakukan oleh perusahaan di antaranya memperbaiki suku cadang bis yang rusak dan mengganti suku cadang bis yang rusak dan tidak dapat diperbaiki lagi.

Salah satu faktor yang sering menghambat aktivitas di bagian perawatan adalah tidak tersedianya suku cadang pada saat diperlukan. Pada saat ini dengan jumlah total bis yang dimiliki perusahaan sebanyak 85 unit, sering terjadi sejumlah bis yang rusak menunggu penyelesaian perbaikan karena tidak adanya

persediaan suku cadang. Kondisi ini tidak dapat dibiarkan terus karena dapat menghambat kelancaran aktivitas bis, sehingga mendatangkan kerugian bagi perusahaan dengan hilangnya pendapatan karena bis tidak beroperasi dan berkurangnya kepercayaan masyarakat akan pelayanan perusahaan.

Dengan adanya pengendalian persediaan suku cadang pengganti agar suku cadang tersedia pada saat dibutuhkan ketika melakukan aktivitas perawatan, diharapkan mengurangi jumlah bis yang tidak beroperasi akibat tidak tersedianya suku cadang tersebut.

1.2 Perumusan Masalah

Kerugian perusahaan OTOBIS DS terutama dialami karena sering terjadinya sejumlah bis tidak beroperasi.

- Bis tidak beroperasi umumnya dikarenakan menunggu untuk ditangani perawatannya,
- Bis tidak beroperasi dikarenakan tidak tersedianya suku cadang pengganti yang diperlukan di gudang.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah:

1. Melakukan pengendalian persediaan suku cadang dengan menentukan jumlah pemesanan.
2. Menentukan titik pemesanan kembali komponen kritis dengan ongkos total persediaan yang minimum.

1.4 Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah dilakukan agar kajian menjadi lebih terfokus dan memperkecil tingkat kompleksitas permasalahan sebenarnya, namun tetap diterapkan pada kondisi nyata. Berdasarkan hal tersebut maka pembatasan masalah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Penelitian difokuskan pada bis merek Mercedes Benz, alasan dipilihnya bis merek ini karena bis jenis ini yang terbanyak dimiliki oleh perusahaan dan kerusakannya paling tinggi dibanding bis merek lain.
2. Komponen yang dikaji hanya yang bersifat *non reparable* (komponen yang rusak tidak dapat diperbaiki lagi).

Adapun asumsi-asumsi yang dipergunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Waktu anjang-ancang (*lead time*) konstan.
2. Waktu antar kerusakan komponen untuk sejumlah bis yang identik sama.
3. Bila terjadi kekurangan komponen dilakukan *back order*.
4. Harga komponen selama periode perencanaan tetap.
5. Dana perusahaan untuk pembelian suku cadang tersedia.
6. *Supplier* suku cadang bagi perusahaan telah tersedia.

1.5 Sistematika Penulisan

Agar permasalahan dapat terarah dengan baik, maka perlu disusun secara sistematis. Adapun sistematika penulisan laporan Tugas Akhir ini sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bab I berisi latar belakang masalah, perumusan masalah, tujuan penelitian, pembatasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Landasan Teori

Bab II berisi studi kepustakaan yang berhubungan dengan permasalahan yang akan dibahas. studi kepustakaan tersebut terdiri dari teori-teori dasar mengenai perawatan, keandalan, dan persediaan yang menjadi landasan dalam pemecahan masalah dan teori-teori lainnya yang menunjang teori dasar.

Bab III Metodologi Penelitian

Bab III berisi uraian mengenai langkah-langkah yang akan dilakukan dalam memecahkan masalah, dimulai dari perumusan

masalah, studi literatur, pengumpulan dan pengolahan data, analisis, kesimpulan dan saran.

Bab IV Pengumpulan dan Pengolahan Data

Bab IV Berisi data-data yang telah dikumpulkan yang meliputi data umum perusahaan. sedangkan pengolahan data meliputi perhitungan-perhitungan ekspektasi permintaan komponen, ekspektasi permintaan komponen selama *lead time*, dan ekspektasi kekurangan persediaan yang digunakan untuk perhitungan tingkat ketersediaan komponen dan ongkos total persediaan.

Bab V Analisis

Bab V berisi analisis dari hasil pengolahan data pada bab sebelumnya, yaitu analisis dari pemilihan komponen kritis, analisis kecocokan distribusi dan nilai parameter, analisis ukuran pemesanan dan titik pesan kembali komponen.

Bab VI Kesimpulan dan Saran

Bab VI berisi kesimpulan yang merupakan jawaban dari tujuan penelitian, serta saran-saran yang dapat membantu perusahaan agar dapat mencapai hasil yang optimal.

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Konsep Perawatan

Perawatan merupakan suatu kegiatan untuk memelihara atau menjaga peralatan dan mengadakan perbaikan penggantian yang diperlukan agar dicapai suatu keadaan operasi produksi yang memuaskan dengan apa yang akan direncanakan.

Tugas bagian perawatan adalah merencanakan dan menjadwalkan pekerjaan guna mengantisipasi tingkat kerusakan dan mencegah terputusnya kegiatan produksi dengan memberikan ongkos minimal serta guna mencegah meningkatnya frekuensi kerusakan, dimana kerusakan yang terjadi tidak dapat diramalkan kapan terjadinya sehingga mengakibatkan kontinuitas produksi terganggu.

Oleh karena ketidakpastian dari terjadinya kerusakan, penentuan waktu perawatan perlu diperhitungkan secara seksama, sehingga diperoleh selang waktu perawatan yang optimal. Untuk keperluan penentuan waktu perawatan optimal sangat berkaitan dengan berbagai faktor, seperti model kegagalan dari sistem, lama waktu memperbaiki sistem hingga berfungsi kembali, lamanya sistem mampu bertahan dalam kondisi optimum, biaya perawatan yang tersedia dan hal-hal lainnya yang berhubungan.

Perawatan dapat diartikan sebagai suatu kegiatan untuk memelihara dan menjaga kondisi peralatan agar tetap dalam keadaan yang dapat diterima menurut standar yang berlaku pada tingkat biaya yang wajar.

Dari definisi diatas dapat disimpulkan bahwa perawatan (*maintenance*) adalah suatu pendukung kegiatan utama yang bertujuan untuk menjamin kelangsungan fungsional suatu sistem produksi sehingga pada saat dibutuhkan dapat dipakai sesuai dengan kondisi yang diharapkan. Hal ini dicapai antara lain dengan melakukan perencanaan dan penjadwalan tindakan perawatan dengan tetap

memperhatikan fungsi pendukungnya dan dengan memperhatikan kriteria minimasi ongkos.

Peranan perawatan akan sangat terasa dibutuhkan bila sistem mulai mengalami gangguan atau tidak dapat dioperasikan lagi. Tujuan dari perawatan adalah untuk meminimumkan *down time* dari kemungkinan terjadinya kerusakan pada peralatan dengan memperhatikan faktor biaya yang ekonomis.

2.1.1 Jenis Perawatan

Pada umumnya kegiatan perawatan menurut (Ebeling, 1997) dapat dibagi dalam beberapa jenis perawatan. Jenis-jenis perawatan tersebut adalah sebagai berikut:

1. Perawatan pencegahan (*Preventive Maintenance*).

Kegiatan perawatan pencegahan adalah kegiatan perawatan yang dilakukan untuk mencegah timbulnya kerusakan-kerusakan yang tidak dapat diduga, dan menemukan kondisi yang dapat menyebabkan peralatan mengalami kerusakan pada saat digunakan dalam proses produksi. yang termasuk kedalam jenis perawatan pencegahan adalah perawatan rutin dan perawatan periodik.

- Perawatan Rutin (*Routine Maintenance*)

Perawatan rutin adalah kegiatan perawatan yang dilakukan secara terus-menerus. Biasanya perawatan rutin dilakukan sebelum perawatan dioperasikan.

- Perawatan Periodik (*Periodic Maintenance*)

Perawatan periodic adalah kegiatan perawatan yang dilakukan secara periodik atau dalam jangka waktu tertentu.

2. Perawatan Korektif (*Corrective Maintenance*)

Kegiatan perawatan ini meliputi perbaikan-perbaikan kecil dalam rencana perawatan jangka panjang. Yang termasuk kedalam jenis perawatan korektif adalah perawatan kerusakan.

- Perawatan kerusakan (*Break Down Maintenance*).

Kegiatan perawatan ini dilakukan setelah terjadinya kerusakan atau kelainan peralatan sehingga tidak dapat berfungsi dengan baik, dengan demikian perawatan kerusakan mengandung sifat ketidakpastian.

2.1.2 Tujuan Perawatan

Tujuan dilakukan tindakan perawatan antara lain adalah sebagai berikut:

1. Memperpanjang waktu pengoperasian peralatan semaksimal mungkin dengan biaya seminimal mungkin.
2. Menjamin keandalan dan kesiapan peralatan yang optimal untuk mendapatkan keuntungan maksimal.
3. Membantu mengurangi pemakaian dan penyimpangan modal serta menjaga modal yang diinvestasikan dalam perusahaan selama kurun waktu yang telah ditentukan sesuai dengan kebijaksanaan perusahaan mengenai investasi tersebut.
4. Menjaga kualitas pada tingkat yang tepat untuk memenuhi kualitas yang dibutuhkan oleh produk tersebut dan kegiatan produksi tidak terganggu.
5. menjamin tingkat ketersediaan yang optimal dari fasilitas produksi.

2.2 Konsep Keandalan

Ada banyak definisi yang dibuat tentang keandalan atau reliabilitas, diantaranya'' keandalan adalah probabilitas suatu item atau sistem dapat memberikan performansi sesuai dengan fungsi yang diharapkan pada kondisi operasi dan selang waktu tertentu'' (Ebeling, 1997).

Konsep keandalan banyak digunakan pendekatan dalam pemecahan masalah-masalah yang berkaitan dengan manajemen perawatan seperti penentuan jadwal penggantian mesin, peralatan, komponen dan jadwal pemeriksaan (inspeksi), manajemen persediaan (terutama untuk persediaan material berupa suku cadang perawatan).

Variabel terpenting yang dapat menggambarkan dengan jelas keandalan suatu sistem adalah waktu, dalam hal ini berkaitan dengan laju kerusakan (*Failure Rate*). Faktor waktu biasanya dipakai dalam menilai keandalan suatu sistem yang dikaitkan dengan keandalan tertentu, misalnya selang waktu antara dua kerusakan (*Mean Time Between Failure*) atau selang waktu antara dua perbaikan (*Mean Time Between Repair*). Fenomena kerusakan suatu sistem atau item dapat

digambarkan dalam probabilitas kerusakan yang mengikuti suatu pola distribusi teoritis tertentu.

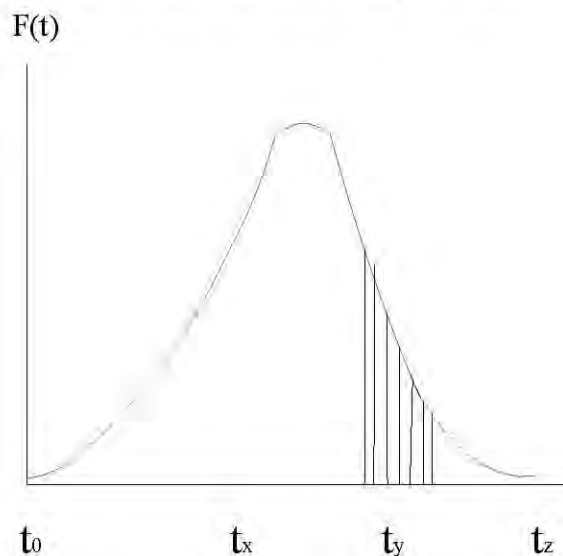
Ada beberapa konsep yang digunakan dalam pengukuran keandalan suatu sistem:

- Fungsi kepadatan kemungkinan kerusakan $f(t)$.
- Fungsi distribusi kumulatif $F(t)$.
- Fungsi keandalan $R(t)$.
- Fungsi laju kegagalan $r(t)$.

2.2.1 Fungsi Kepadatan Kemungkinan Kerusakan

Dalam membahas masalah perawatan, pada umumnya digunakan fungsi kepadatan probabilitas karena fungsi kerusakan ketergantungan pada variabel waktu, yang bentuknya merupakan kurva kontinu (Jardine, 1993). Seperti tertera pada Gambar 2.1.

Kerusakan dapat terjadi secara kontinu dalam selang waktu $(0, \infty)$. Variabel waktu kerusakan X_1, X_2, X_3, \dots , dari komponen yang berbeda, bersifat acak (Random Variabel), dan tidak saling bergantung (*Mutually Independent*). Persamaan kurva dari fungsi kepadatan kemungkinan sebagai $f(t)$. Luas daerah dibawah kurva fungsi kepadatan kemungkinan menyatakan besarnya probabilitas terjadinya kerusakan, dimana luas total sama dengan satu.



Gambar 2.1 Fungsi Kepadatan Probabilitas Kerusakan

(Sumber: Jardine, 1993)

Jika $f(t)$ adalah fungsi kepadatan kemungkinan kerusakan, maka probabilitas terjadinya antara selang waktu (t_x, t_y) adalah:

$$\int_{t_x}^{t_y} f(x) dx \quad (2.1)$$

Sehingga probabilitas terjadinya kerusakan t_0 dan t_z adalah:

$$\int_{t_0}^{t_z} f(t) dt = 1 \quad (2.2)$$

Pada Gambar 2.2 diperlihatkan gambar kepadatan kemungkinan kerusakan sesuai dengan bentuk distribusinya.



Gambar 2.2 Grafik Kepadatan Kemungkinan Kerusakan
(Sumber: Montgomei, 1993)

2.2.2 Fungsi Distribusi Kumulatif

Dalam mempelajari masalah perawatan fungsi distribusi kumulatif adalah kumulatif dari suatu fungsi kepadatan kemungkinan, yaitu merupakan probabilitas fungsi distribusi kumulatif dinyatakan sebagai $F(t)$, dengan rumus:

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt \quad (2.3)$$

Sehingga hubungan antara fungsi kepadatan kemungkinan dengan distribusi kumulatif adalah sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) \quad (2.4)$$

Sebaliknya bila ingin mencari $F(t)$, maka kita dapat mengintegrasikan fungsi kepadatan kemungkinan $f(t)$, untuk X yang berada dalam selang waktu (a, b) berlaku hubungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 p(a < x < b) &= f(b) - f(a) \\
 &= \int_a^b f(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Fungsi distribusi kumulatif berdasarkan bentuk distribusinya adalah:

1. Hiper Exponential.

$$F(t) = 1 - k \cdot \exp(-2k\lambda \cdot t) - (1-k) \exp[-2(1-k)\lambda \cdot t] \tag{2.6}$$

2. Exponential.

$$F(t) = 1 - e^{(-\lambda t)} \tag{2.7}$$

3. Normal.

$$F(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp\left(\frac{-(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dt \tag{2.8}$$

4. Weibull.

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right] \tag{2.9}$$

2.2.3 Fungsi Keandalan

Probabilitas suatu peralatan mengalami kegagalan berfungsi dapat dinyatakan sebagai fungsi waktu sebagai berikut:

$$p(x \leq t) = F(t), t \geq 0 \tag{2.10}$$

Dimana X merupakan variabel random yang menyatakan umur komponen dan $F(t)$ menyatakan probabilitas sistem rusak setelah beroperasi selama t satuan waktu.

Sedangkan fungsi keandalan merupakan probabilitas suatu peralatan atau sistem untuk tidak rusak selam selang waktu $(0, t)$. Secara matematis fungsi keandalan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 R(t) &= p(x > t), t > 0 \\
 &= 1 - F(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

Bila waktu kerusakan sistem sebagai variabel random mempunyai fungsi kepadatan atau *probability density function* $f(t)$, maka fungsi keandalan menjadi:

$$\begin{aligned} R(t) &= 1 - \int_0^t f(t) \\ &= \int_t^{\infty} f(t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Fungsi keandalan berdasarkan bentuk distribusinya adalah:

1. Hyper Exponential.

$$R(t) = k \cdot \exp(-2k\lambda \cdot t) + (1-k) \exp[-2(1-k)\lambda \cdot t] \quad (2.13)$$

2. Exponential.

$$R(t) = e^{(-x)} \quad (2.14)$$

3. Normal.

$$R(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_t^{\infty} \exp\left(\frac{-(t-\mu)}{2\sigma^2}\right) dt \quad (2.15)$$

4. Weibull.

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (2.16)$$

2.2.4 Fungsi Laju Kerusakan

Fungsi ini disebut juga fungsi Hazard, dinotasikan dengan $f(t)$. Kemungkinan gagal suatu item dalam selang waktu tertentu (t_1, t_2) disebut laju kerusakan selama selang waktu tersebut. Laju kerusakan tersebut dapat diturunkan dari persamaan berikut:

$$r(t) = \frac{R(t_1) - R(t_2)}{(t_2 - t_1) \cdot R(t_1)} \quad (2.17)$$

Dan dengan mengganti $t_1 = t$ dan $t_2 = t + \Delta t$, maka laju kerusakan menjadi:

$$r(t) = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} \quad (2.18)$$

Laju kerusakan sesaat (*Hazard Rate*), $h(t)$ didefinisikan sebagai limit dari laju kerusakan dengan panjang interval waktu yang mendekati nol. Dengan

demikian fungsi laju kerusakan adalah laju kerusakan sesaat, dapat diturunkan dari persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned}
 h(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} \\
 h(t) &= \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} \\
 h(t) &= \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} \right] \\
 h(t) &= -\frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} \quad (2.19) \\
 h(t) &= -\frac{1}{R(t)} \left[\frac{d}{dt} R(t) \right] \\
 h(t) &= -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{d}{dt} [1 - F(t)] \\
 h(t) &= -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{d}{dt} [1 - f(t)] = \frac{f(t)}{R(t)}
 \end{aligned}$$

Fungsi laju kerusakan berdasarkan bentuk distribusinya adalah:

1. Hyper Exponential:

$$h(t) = \frac{2 \cdot \lambda [k^2 + (1-k)^2] \exp[-2 \cdot \lambda \cdot t(1-2k)]}{k + (1-k) \exp[-2 \cdot \lambda \cdot t(1-2k)]} \quad (2.20)$$

2. Exponential:

$$h(t) = \lambda \quad (2.21)$$

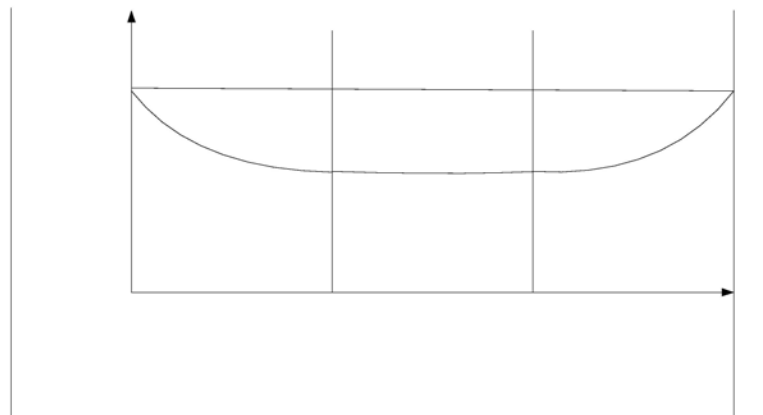
3. Normal:

$$h(t) = \frac{\exp\left[\frac{-(t-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right]}{\int_t^{\infty} \exp\left[\frac{-(t-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right]} \quad (2.22)$$

4. Weibull

$$h(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad (2.23)$$

Pada umumnya laju kerusakan komponen berubah-ubah sejalan dengan pertambahan waktu. Jika laju kerusakan meningkat sejalan dengan bertambahnya waktu, maka $h(t)$ disebut *Increasing Failure Rate* (IFR). Sedangkan jika $h(t)$ menurun terhadap perubahan waktu, maka $h(t)$ disebut *Decreasing Failure Rate* (DFR). Fungsi laju kerusakan komponen akan berubah sepanjang umur teknisnya. Dari hasil pengamatan diketahui bahwa pola kerusakan suatu komponen merupakan kurva yang berbentuk seperti bak mandi atau biasa disebut *Bath-Tub Curve* (Bahagia, 1994), seperti terlihat pada Gambar 2.6:



Gambar 2.6 Kurva Bath-Tub Laju Kerusakan Sesaat

(Sumber : Bahagia, 1994)

Bath-Tub Curve terbagi menjadi 3 daerah dengan pola laju kerusakan sebagai berikut:

Daerah A : Fase kerusakan awal (*Burn-in Region / Running-in Period*)

Periode ini pada umumnya terjadi pada alat-alat yang baru diproduksi oleh pabrik, yang pada awalnya memiliki suatu tingkat kerusakan tertentu (tidak nol). Laju kegagalan awal disebabkan oleh material maupun oleh kesalahan dalam pembuatan alat, komponen, Pengendalian mutu dan pengujian pada awal produk akan menurunkan terjadinya penyimpangan standard produk dan menghindarkan laju kerusakan meningkat pada fase ini. Kegagalan yang terjadi pada fase ini pada umumnya memiliki fungsi pada peluang berupa distribusi *Hyper Exponential* atau *Weibull* dengan β lebih kecil dari 0.

Daerah B : Fasa pengoprasian Normal, umur pakai (*Useful Life Region*).

Laju kegagalan konstan (Probabilitas terjadinya kegagalan sama setiap saat) menunjukkan bahwa waktu terjadinya kerusakan tidak dipengaruhi oleh usia pemakaian. Kerusakan yang terjadi pada periode ini tidak dapat diramalkan sebelumnya atau dapat berupa kerusakan mendadak yang merupakan keadaan diluar kebiasaan. Hal seperti ini dikenal dengan kerusakan acak (*Random Failures*). Fungsi padat peluang terjadinya kegagalan merupakan distribusi *exponential* atau *Weibull* dengan $\beta = 1$.

Daerah C : Fasa pengoprasian melebihi umur pakai (*Wear Out Region*).

Pada fasa ini terjadi peningkatan laju kerusakan sesaat, yang mengindikasikan terjadinya kerusakan komponen sejalan dengan bertambahnya umur pakainya. Hal ini ditandai dengan memburuknya kondisi peralatan. Bila peralatan sudah memasuki fasa ini sebaiknya dilakukan perawatan pencegahan untuk mengurangi probabilitas terjadinya kerusakan yang lebih fatal, umumnya berupa penggantian komponen pada saat tb. Fungsi padat peluang terjadinya kegagalan merupakan distribusi *Eksponential* atau *Weibull* dengan β lebih besar dari 1.

2.2.5 Pengujian Kecocokkan Distribusi *Weibull*.

Estimasi pola waktu antar kerusakan perlu dilakukan untuk mengarahkan distribusi yang akan digunakan pada penelitian ini. Untuk itu pada penelitian ini

peneliti mengestimasi bahwa pola waktu antar kerusakan berdistribusi *Weibull* adalah sebagai berikut:

1. Distribusi Statistik yang paling sering digunakan untuk menaksir keandalan komponen terutama komponen mekanik.
2. Distribusi ini bersifat fleksibel dalam penggunaannya tergantung nilai parameter bentuk (β) sehingga memungkinkan distribusi ini mengikuti distribusi lainnya.

Distribusi *Weibull* telah memenuhi ketiga fase dari kalsifikasi fungsi laju kerusakan yaitu fase kerusakan awal, fase pengoprasian normal, dan fase *Wear Out* (melebihi umur komponen). Fase kerusakan ini ditunjukkan oleh parameter bentuk (β). Pengujian pola waktu antar kerusakan yang berdistribusi *Weibull* dua parameter, *Goodness of Fit Test*. Uji statistik ini sangat cocok digunakan untuk komponen mekanik.

Langkah-langkah pengujian kesesuaian tersebut adalah sebagai berikut:

1. Menentukan kriteria pengujian yaitu:
 - H_0 = Distribusi kerusakan merupakan distribusi Weibull 2 parameter.
 - H_1 = distribusi kerusakan bukan merupakan distribusi Weibull 2 parameter.
2. Data waktu kerusakan diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar.
3. Menghitung harga X , dimana $X_i = \ln t_i$
4. Menentukan tingkat kepercayaan.
5. menghitung selisih $X_{i+1} - X_i$ dan $(X_{i+1} - X_i) / M_i$.
6. Menghitung nilai statistik $-s$ dengan persamaan sebagai berikut:

Rumus :

$$S_{hit} = \frac{\sum_{i=\left(\frac{r}{2}\right)+1}^{r-1} \frac{X_{i+1} - X_i}{M_i}}{\sum_{i=1}^{r-1} \frac{X_{i+1} - X_i}{M_i}} \quad (2.24)$$

Dengan:

X_i = $\ln t_i$.

T_i = Waktu kerusakan ke $- I$ berasal dari n data.

r = Jumlah komponen yang rusak.

M_i = nilai yang diperoleh dari tabel statistik – S.

$r, 2$ = dibulatkan kebawah.

Jika nilai statistik–s hasil perhitungan lebih kecil dari pada nilai statistik-s tabel (Shitung lebih kecil Stabel), maka hipotesa awal (H_0)diterima, tetapi jika sebaliknya hipotesa awal ditolak. Penolakan H_0 berarti bahwa distribusi tersebut bukan bukan berdistribusi *Weibull* dua parameter.

2.2.6 Penentuan Parameter Distribusi Waktu Antar Kerusakan

Suatu populasi memiliki suatu fungsi distribusi yang berbeda satu dengan yang lainnya, hal ini dapat dilihat dari harga parameter-parameter. Ada tiga jenis parameter yang digunakan sebagai dasar yang memberi arti fisik suatu distribusi yaitu:

1. Parameter skala (α), merupakan parameter yang menentukan skala pengukuran variabel acak X.
2. Parameter bentuk (β), merupakan parameter yang menentukan bentuk dan fungsi distribusi.
3. Parameter lokasi (γ), merupakan absis dari titik lokasi (biasanya titik terendah atau titik tengah) suatu daerah populasi.

Perhitungan parameter distribusi *Weibull* pada dasarnya menggunakan prinsip regresi linier, yaitu membuat fungsi kumulatif menjadi bentuk linier. Misalkan t_1, t_2, \dots, t_n adalah sejumlah data waktu antar kerusakkan komponen yang telah disusun menurut urutan terkecil untuk setiap t_i ($i = 1, 2, \dots, n$) berlaku hubungan sebagai berikut:

$$F(t_i) = 1 - \exp\left(-\frac{t_i}{\alpha}\right)^\beta \quad (2.25)$$

Persamaan diatas kemudian dimanipulasi ke dalam bentuk:

$$\begin{aligned} \exp \left[\left(- \frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta \right] &= 1 - F(t_i) \\ \exp \left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta &= [1 - F(t_i)]^{-1} \\ \ln \left[\exp \left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta \right] &= \ln [1 - F(t_i)]^{-1} \\ \left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta &= \ln [1 - F(t_i)]^{-1} \\ \ln \left[\left(\frac{t_i}{\alpha} \right)^\beta \right] &= \ln [\ln [1 - F(t_i)]^{-1}] \\ \beta [\ln t_i - \ln \alpha] &= \ln [\ln [1 - F(t_i)]^{-1}] \\ \ln(t_i) &= \ln \alpha + \frac{1}{\beta} \ln [\ln [1 - F(t_i)]^{-1}] \end{aligned}$$

Untuk mempermudah perhitungan maka persamaan terakhir dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$Y_i = a + b X_i \quad (2.26)$$

Dengan :

$$Y_i = \ln t_i \quad (2.27)$$

$$X_i = \ln [\ln [1 - F(t_i)]^{-1}] \quad (2.28)$$

$$a = \ln \alpha \quad (2.29)$$

$$b = \frac{1}{\beta} \quad (2.30)$$

Nilai Xi didapat dengan menaksir fungsi distribusi kumulatif:

$$F(t_i) = \frac{(i-0,3)}{(n+0,4)} \quad (2.31)$$

Dengan:

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

$n =$ Jumlah data.

Fungsi didapat dari pendekatan dengan menggunakan metoda harga tengah atau median (50%). Metoda ini cocok untuk penelitian dengan ukuran sampel kecil, data kurang lengkap, atau distribusi waktu kerusakan tidak simetris. Dalam menentukan nilai konstanta a dan b digunakan metoda *least square* sehingga diperoleh formulasi sebagai berikut:

$$b = \frac{N \sum_{i=1}^N X_i Y_i - \sum_{i=1}^N X_i \sum_{i=1}^N Y_i}{\sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N X_i \right)^2} \quad (2.32)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N} - b \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad (2.33)$$

Dengan diketahuinya nilai kedua konstanta a dan b, maka parameter distribusi *Weibull* dapat diperoleh dari:

$$\beta = \frac{1}{b} \quad (2.34)$$

$$\alpha = c^a \quad (2.35)$$

2.3 Sistem Persediaan

Kebutuhan suku cadang awalnya berdasar pada konsep pemeliharaan sistem. Dukungan tersedianya suku cadang serta hubungannya dengan persediaan adalah tindakan dari bagian pemeliharaan. Penentuan jenis dan jumlah item dari suku cadang yang akan dibeli dan disediakan harus dilakukan, juga waktu pemesanan dan ukuran jumlah pemesanan pada saat pesan dari item tersebut. Secara esensial, jumlah suku cadang adalah fungsi dari laju kerusakan.

2.3.1 Fungsi Persediaan

Fungsi persediaan secara garis besar dapat diuraikan atas tiga manfaat sebagai berikut:

1. *Transaction Motive*

Persediaan berfungsi untuk menjamin kelancaran proses pemenuhan permintaan secara sesuai kebutuhan pemakai. Persediaan seperti ini disebut juga *Operating Stock*.

2. *Precautionary Motive*

Persediaan berfungsi untuk meredam atau mengantisipasi fluktuasi permintaan dari pelanggan agar tidak terjadi kekurangan barang (*stock out*). Persediaan dengan fungsi ini dapat dibedakan atas *safety stock* dan *buffer stock*. *safety stock* merupakan persediaan cadangan untuk mengantisipasi ketidakpastian dari pemakai (permintaan pemakai), sedangkan *buffer stock* merupakan persediaan cadangan untuk mengantisipasi ketidakpastian pasokan dari pemasok.

3. *Speculation Motive*

Persediaan berfungsi untuk mendapat keuntungan yang berlipat dikemudian hari.

2.3.2 Material Persediaan

Material atau komponen persediaan yang harus diawasi dan diperiksa jumlah dan jenisnya begitu banyak, sehingga untuk pengendaliannya dibutuhkan biaya dan energi yang besar pula. Untuk itu perlu dibuat kebijaksanaan dalam pengawasan material dengan menentukan material atau komponen mana yang memerlukan pengawasan yang ketat.

Berdasarkan fungsi dan penggunaannya, material persediaan terutama suku cadang perawatan dapat dibedakan atas:

1. *Material Repairable*.

Material repairable merupakan material yang dapat diperbaiki setelah mengalami kerusakan. Biasanya material jenis ini disebut juga *major replacement item*, yang setelah mengalami kerusakan akan diganti dengan suku cadang lain lalu diperbaiki dengan cara mengganti komponen-komponen yang lebih kecil penyusunnya karena dapat diperbaiki, maka persediaan bersifat relative konstan karena jarang dilakukan pemesanan ke pemasok luar.

2. *Material non Repairable.*

Jika material jenis ini mengalami kerusakan, maka harus diganti dengan material yang baru dan material tersebut tidak dapat diperbaiki lagi. Karena selalu terjadi pergantian material lama dengan yang baru dan material yang lama tidak dapat diperbaiki lagi, maka persediaan bersifat dinamis karena sering dilakukan pemesanan ke pemasok luar.

3. *Material Consumable.*

Material jenis ini merupakan material yang mengalami proses atau digunakan sampai habis, contohnya bahan baku produksi, bahan pendukung lainnya perawatan seperti alkohol, oli, dan sebagainya. Pesediaan material jenis ini juga bersifat dinamis karena sering dilakukan pemesanan ke pemasok luar.

Sistem persediaan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah persediaan material perawatan yang bersifat *non repairable*.

Material untuk aktivitas perawatan dapat diklasifikasikan berdasarkan frekuensi penggunaannya. Klasifikasi berdasarkan frekuensi pemakaian material/ komponen dapat dibagi berupa:

1. Material/ Komponen *fast moving*.

Material ini mengalami rata-rata minimal satu kerusakan dalam jangka waktu tiga bulan. Dengan demikian frekuensi penggantian material/ komponen minimal satu kali dalam jangka waktu tiga bulan.

2. Material/ Komponen *medium moving*.

Material ini mengalami minimal satu kali kerusakan dan penggantian dalam jangka waktu 6 sampai 12 bulan.

3. Material/ Komponen *slow moving*.

Material ini mengalami minimal satu kali kerusakan dan penggantian dalam jangka waktu lebih dari 12 bulan.

2.3.3 Klasifikasi Masalah Persediaan

Masalah persediaan dapat diklasifikasikan dalam berbagai cara, diantaranya seperti yang tercantum dibawah ini:

1. Berdasarkan pengulangan pesanan (*repetitiveness*)
 - *Single order* : Sistem persediaan dengan satu kali pemesanan, misalnya pemesanan material untuk pembangunan gedung.
 - *Repeat order* : Sistem persediaan dengan pemesanan berulang, misalnya barang-barang untuk pasar swalayan, obat-obatan dirumah sakit dan sebagainya.
2. Berdasarkan jumlah pemasok.
 - *Outside supply* : Barang diperoleh dari pemasok yang berasal dari luar organisasi atau perusahaan.
 - *Inside supply* : Barang diperoleh dari dalam perusahaan sendiri dimana bagian suatu perusahaan memproduksi sendiri barang tersebut untuk bagian perusahaan lain.
3. Berdasarkan sifat demand.
 - *Constan demand* : Permintaan akan barang tetap sepanjang waktu, ini merupakan asumsi yang sering digunakan dalam sistem persediaan.
 - *Variabel demand* : permintaan bervariasi, dapat mengikuti pola distribusi standar seperti distribusi normal, poisson, dan lain-lain, atau distribusi yang tidak standar.
 - *Independent demand* : tidak ada hubungan permintaan satu item dengan item lainnya.
 - *Dependent demand* : Permintaan akan satu item tergantung langsung pada item lain yang berada pada level di atasnya.
4. Berdasarkan *lead time*.
 - *Konstan lead time* : *Lead time* tetap sepanjang waktu.
 - *Variabel lead time* : *Lead time* bervariasi, dapat mengikuti pola distribusi tertentu maupun pola distribusi yang tidak tentu.
5. Berdasarkan sistem pemesanan.
 - *Perspektual* : Sistem persediaan dimana pemesanan yang dilakukan pada saat persediaan berada pada *reorder point*.

- Periodik : Sistem persediaan dimana pemesanan yang dilakukan merupakan siklus waktu.
- *MRP* : Merupakan cara untuk menentukan persediaan apabila permintaan satu item tergantung pada item lain.
- *DRP* : Sistem persediaan dengan melihat pusat distribusi yang tersedia dalam multi *echelon network*.
- *Single Order Quantity* : Sistem pemesanan pada saat tertentu untuk menentukan jumlah tertentu.

2.3.4 Ongkos Sistem Persediaan

Pengendalian persediaan dilakukan dengan tujuan meminimasi total ongkos yang relevan dengan persediaan, oleh sebab itu identifikasi terhadap elemen ongkos yang berkaitan perlu dilakukan dengan benar. Identifikasi yang tepat terhadap ongkos yang relevan akan mempengaruhi optimalitas tingkat persediaan/ kebijakan persediaan yang diperoleh dari perhitungan model matematis.

Ongkos – ongkos yang berkaitan dengan sistem persediaan terdiri dari:

1. Ongkos pembelian (*Purchase cost*)

Ongkos pembelian dapat diartikan sebagai harga beli komponen per unit apabila komponen diperoleh dari luar perusahaan, atau ongkos produksi per unit apabila komponen diperoleh dengan cara di produksi sendiri.

2. Ongkos pengadaan (*Procurement cost*).

Ongkos pengadaan dibedakan menjadi dua jenis yaitu.

- Ongkos pemesanan (*order cost*) adalah semua pengeluaran yang ditimbulkan untuk mendatangkan barang dari luar, ongkos ini diasumsikan tetap untuk setiap kali pemesanan barang.
- Ongkos pembuatan (*set-up cost*) adalah semua pengeluaran yang ditimbulkan untuk persiapan memproduksi barang.

3. Ongkos penyimpanan (*Carrying cost*).

Biasanya biaya ini merupakan fungsi dari nilai (*value*) persediaan jika produk yang disimpan merupakan hasil pembelian, akan dinilai seharga pembelian jika produk dibuat perusahaan, bagian akuntansi akan memberi

nilai produk, yaitu jumlah biaya tenaga kerja, bahan baku dan *over head*. Ongkos ini terdiri atas elemen-elemen ongkos sebagai berikut:

- Ongkos memiliki barang yaitu ongkos modal yang tersimpan dalam persediaan, ongkos ini biasanya ditentukan berdasarkan besarnya bunga uang di bank (bunga investasi).
- Ongkos gudang yaitu ongkos yang timbul akibat penyewaan fasilitas penyimpanan barang persediaan. Biaya – biaya yang terkait seperti biaya depresiasi gudang (jika gudang merupakan milik sendiri) atau biaya sewa gudang (jika sebaliknya) pemeliharaan dan penjagaan gudang.
- Ongkos kerusakan dan penyusutan (depresiasi), ongkos ini timbul sebagai akibat kerusakan yang mungkin terjadi pada barang persediaan selama penyimpanan dilakukan.
- Ongkos kadaluarsa, ongkos yang terjadi akibat penurunan nilai ekonomis. Hal ini bias disebabkan perubahan teknologi, munculnya produk baru dari pesaing, adanya model yang lebih baru, dan lain – lain.
- Ongkos asuransi, premi kebijakan asuransi biasanya meliputi kebakaran, kerusakan akibat air, dan kerusakan lainnya akan bervariasi terhadap nilai persediaan dan akan berkontribusiterhadap biaya persediaan.
- Ongkos administrasi, ongkos yang dikeluarkan untuk penerimaan dan pencatatan barang yang ada.
- Ongkos lain – lain.

4. Ongkos kekurangan persediaan (*Stock-out cost*)

Ongkos ini timbul akibat kerugian yang dialami jika terjadi kekurangan persediaan. kemungkinan bentuk ongkos ini dapat berupa lost sales maupun back order.

- *Lost sales* : jika kekurangan persediaan menyebabkan kehilangan penjualan atau keuntungan akibat pelanggan yang tidak bersedia menunggu pesanan dan membatalkan pesannya.

- *Back order* : jika kekurangan persediaan dapat dipenuhi pada periode berikutnya, ini terjadi jika pelanggan mau menunggu sampai kekurangan pesanan sampai periode berikutnya.

Ongkos kekurangan persediaan biasanya diukur dari:

- Berdasarkan kuantitas barang yang kurang atau tidak dapat dipenuhi.
- Berdasarkan lamanya waktu kekurangan persediaan.
- Berdasarkan frekuensi terjadinya kekurangan persediaan dalam suatu periode.

5. Ongkos sistemik

Ongkos sistemik adalah ongkos yang dikeluarkan untuk membangun sistem persediaan seperti ongkos konsultan, pelatihan tenaga kerja, pengadaan peralatan (misalnya komputer) dan sebagainya.

2.3.5 Model Persediaan Probabilistik

Fenomena probabilistik adalah suatu keadaan dengan ketidakpastian yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Fenomena probabilistik juga terjadi dalam sistem persediaan sehingga mengakibatkan pengelolaannya menjadi lebih sulit, sebab fenomena ini merupakan sumber penyimpangan dari rencana yang telah dibuat.

Adanya fenomena probabilistik secara operasional akan mengakibatkan perlunya cadangan pengaman (*safety stock*) yang dapat digunakan untuk meredam fluktuasi selama waktu tertentu. Dengan demikian dalam sistem persediaan probabilistik akan meliputi tiga hal yaitu:

- Menentukan besarnya ukuran pemesanan.
- Menentukan saat pemesanan dilakukan.
- Menentukan besarnya cadangan pengaman.

Dalam menentukan kebijakan persediaan probabilistik ini terdapat dua model dasar yaitu model Q dan r. Ditinjau dari segi struktur ongkos, adanya fenomena probabilistik ini menyebabkan tambahan ongkos kekurangan persediaan dan ongkos simpan cadangan pengaman dalam total ongkos persediaan selain ongkos pengadaan dan ongkos simpan. Dengan demikian total ongkos persediaan menjadi:

$$OT = OP + OS + OK \quad (2.36)$$

Dimana:

OT : Ongkos total persediaan

OP : Ongkos pengadaan per unit per satuan waktu

OS : Ongkos simpan per unit per satuan waktu

OK : Ongkos kekurangan persediaan per satuan waktu

2.3.5.1 Model Q (*Lot size reorder point model*)

Karakteristik model Q adalah:

- Demand probabilistik dan harganya merupakan nilai ekspektasi
- Ongkos sistemik dan ongkos pembelian diabaikan.
- Kekurangan persediaan dapat dihitung berdasarkan tiga cara berikut:
 1. Jumlah barang yang kurang pertahun
 2. Lamanya terjadi kekurangan persediaan.
 3. Frekuensi kekurangan persediaan pertahun.

Aturan pemesanan dalam model Q ditandai oleh hal – hal berikut ini:

1. Besarnya ukuran pemesanan (Q) selalu tetap untuk setiap kali pemesanan.
2. Pemesanan dilakukan apabila jumlah persediaan yang dimiliki telah mencapai suatu tingkat tertentu (r) yang disebut titik pemesanan kembali (*reorder point*).

Kelebihan model persediaan Q adalah:

1. Model yang tertanam lebih kecil disbanding dengan model P, karena persediaan pengamannya hanya untuk melindungi selama lead time.
2. Perhitungannya lebih sederhana.

Secara grafis situasi persediaan yang ada dalam gudang bila menggunakan model Q dapat dilihat pada Gambar 2.7 berikut:

Gambar 2.7 Model Persediaan Q

Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya bahwa variabel keputusan dalam model ini adalah jumlah barang yang dipesan (Q) dan titik pemesanan kembali (r).

Tujuan dari model Q adalah mencari harga Q dan r optimal yang memberikan ongkos total persediaan minimum.

Asumsi – asumsi yang digunakan dalam model Q adalah sebagai berikut:

1. Persediaan bersifat probabilistik.
2. pemesanan barang sejumlah Q dilakukan pada saat persediaan mencapai titik pesan kembali (*reorder point*).
3. dalam satu siklus hanya terjadi satu kali pemesanan.
4. jika dilakukan pemesanan untuk banyak item, diasumsikan item – item tersebut tidak saling bergantung.
5. Ongkos satuan suatu item merupakan konstanta yang tidak bergantung pada Q.
6. Titik pesan kembali selalu positif.

2.3.5.2 Formulasi Model Q

Perhitungan ongkos pada model Q akan diuraikan berikut ini:

1. Ongkos pengadaan/ pemesanan.

Ongkos pengadaan pertahun (O_p) bergantung pada besarnya frekuensi pemesanan (F) dan ongkos untuk sekali melakukan pemesanan (A). secara matematis ongkos pengadaan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$OP = A \cdot F \quad (2.37)$$

Berdasarkan frekuensi pemesanan pertahun bergantung pada kebutuhan rata – rata pertahun (D) dan besarnya ukuran pemesanan (Q), maka secara matematis dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$F = \frac{D}{Q} \quad (2.38)$$

Dengan demikian besarnya ongkos pemesanan pertahun (OP), dapat diperoleh dengan melakukan substitusi persamaan (2.40) ke persamaan (2.39).

$$O_p = \frac{A \cdot D}{Q} \quad (2.39)$$

2. Ongkos simpan

Ongkos simpan pertahun (O_s) bergantung pada jumlah persediaan rata – rata yang disimpan pertahun (m) dan ongkos simpan per unit per tahun (h) sehingga dapat dinyatakan dengan:

$$O_s : m \cdot h \quad (2.40)$$

Perhitungan untuk m adalah sebagai berikut, untuk setiap siklus kondisi persediaan maksimum terdapat diawal siklus sebesar $Q+s$ dan kondisi persediaan minimum terdapat pada akhir siklus sebesar s . karena rata – rata permintaan tetap maka jumlah persediaan akan berkurang secara linier dari $Q + s$ pada awal siklus menjadi s pada akhir siklus, demikian diperoleh:

$$m = \frac{(Q+s)+s}{2} = \frac{1}{2}Q + s \quad (2.41)$$

perhitungan persediaan pengaman S (*safety stock*) adalah ekspektasi persediaan bersih pada saat kedatangan pesanan. Sebelumnya telah diasumsikan bahwa tidak ada pemesanan selama *lead time* sehingga persediaan bersih pada saat kedatangan pesanan adalah $r - x$, dimana x adalah jumlah permintaan selama *lead time* sehingga: $s = r - x$.

untuk kasus *back order* dimana konsumen mau menunggu siklus berikutnya apabila terjadi kakurangan persediaan, harga s dapat negatif. Bila $f(x)$ adalah fungsi padat peluang permintaan selama *lead time* maka harga s menjadi:

$$s = \int_0^{\infty} (r - x) \cdot f(x) dx$$

$$s = \int_0^{\infty} r \cdot f(x) dx - \int_0^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad (2.42)$$

$$s = r - \mu$$

Dimana:

R : Titik pemesanan kembali.

μ : Permintaan rata – rata selama *lead time*.

Jika persamaan (2.41) dan (2.42) disubstitusikan ke persamaan (2.40), maka akan diperoleh ongkos simpan untuk *back order* sebagai berikut:

$$O_s = h \left(\frac{Q}{2} + r - \mu \right) \quad (2.43)$$

3. Ongkos kekurangan persediaan

Dalam model Q kekurangan persediaan hanya dimungkinkan dalam waktu anjang saja dan terjadi bila jumlah permintaan selama waktu anjang (x) lebih besar dari tingkat persediaan pada saat pemesanan dilakukan (r). Untuk

menghitung ongkos kekurangan persediaan yaitu dengan berdasarkan kuantitas barang yang hilang.

Jika ongkos kekurangan setiap satu unit barang sebesar k maka ongkos kekurangan persediaan per tahun (O_k) adalah:

$$O_k : N \cdot k \quad (2.44)$$

Dimana:

N : jumlah kekurangan barang selama satu tahun.

K : Ongkos kekurangan persediaan setiap unit barang (Rp/ unit).

Harga N dapat dicari dengan menghitung ekspektasi jumlah kekurangan persediaan setiap siklusnya (Nr) dan ekspektasi frekuensi siklus selama satu tahun (F) dengan kata lain:

Dimana:

$$f = \frac{D}{Q} \quad (2.45)$$

$$Nr = \int_r^{\infty} (r-x) \cdot f(x) dx$$

Dengan demikian ongkos kekurangan persediaan (O_k) adalah:

$$O_k = K \frac{D}{Q} \int_r^{\infty} (r-x) \cdot f(x) dx \quad (2.46)$$

Total ongkos persediaan untuk kasus *back order* adalah:

$$O_T = O_P + O_S + O_K \quad (2.47)$$

$$O_T = A \frac{D}{Q} + h \left[\frac{Q}{2} + r - \mu \right] + K \frac{D}{Q} \int_r^{\infty} (r-x) \cdot f(x) dx$$

Dari formula diatas dapat dilihat bahwa D maupun μ tidak dipengaruhi oleh waktu, oleh karena itu dalam penyediaan komponen untuk D dan μ perlu dimodifikasi sesuai dengan laju kerusakannya.

Dengan diketahuinya laju kerusakan rata – rata, maka dapat dihitung ekspektasi jumlah kerusakan komponen yang terjadi pada umur komponen t_1 sampai t_2 . Ekspektasi jumlah kerusakan pada umur tersebut adalah merupakan ekspektasi jumlah komponen yang dibutuhkan pada selang $[t_1, t_2]$.

Apabila laju kerusakan rata – rata komponen yang berdistribusi Weibull mempunyai fungsi $h(t)$:

$$h(t)=r(t)=\frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad (2.48)$$

maka:

- Ekspektasi permintaan komponen untuk selang waktu $T(0, tp)$ adalah:

$$D=\int_0^{tp} h(t)dt \quad (2.49)$$

- Ekspektasi permintaan komponen selama *lead time* L adalah:

$$\mu=\frac{L}{T}\int_0^{tp} h(t)dt \quad (2.50)$$

- Ekspektasi kekurangan persediaan adalah:

$$\frac{k}{Q}\sum_{x=r+1}^{\infty}(x-r)p(x)\int_0^{tp} h(t)dt \quad (2.51)$$

Dengan $p(x)$ adalah fungsi kepadatan probabilitas x .

perencanaan persediaan komponen untuk sejumlah mesin yang identik, harga D dikalikan dengan jumlah mesin (N). Dengan demikian persamaan ekspektasi ongkos total persediaan pada selang $T(0, tp)$ menjadi:

$$OT=\frac{A}{Q}\int_0^{tp} h(t)dt+h\left[\frac{Q}{2}+r-\frac{L}{T}\int_0^{tp} h(t)dt\right]+\frac{k}{Q}\sum_{x=r+1}^{\infty}(x-r)p(x)\int_0^{tp} h(t)dt \quad (2.52)$$

Untuk mencari Q dan r optimal pada selang waktu tertentu yang memberikan ongkos minimal adalah dengan melakukan penurunan persamaan ekspektasi ongkos total secara parsial terhadap variabel Q dan r .

- Turunan parsial terhadap variabel Q:

$$\begin{aligned} \frac{\partial O_T}{\partial Q} &= 0 \\ \frac{h}{2} - \frac{A}{Q^2} \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt - \frac{k}{Q^2} \sum_{x=R+1}^{\infty} (x-r) p(x) \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt &= 0 \\ \frac{h}{2} &= \frac{A \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt + k \sum_{x=r+1}^{\infty} (x-r) p(x) \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt}{Q^2} \\ Q^2 &= \frac{2A}{h} \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt + \frac{2k}{h} \sum_{x=r+1}^{\infty} (x-r) p(x) \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt \end{aligned} \quad (2.53)$$

- Turunan parsial terhadap variabel r:

$$\begin{aligned} \frac{\partial O_T}{\partial r} &= 0 \\ h - \frac{k}{Q} \sum_{x=r+1}^{\infty} p(x) \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt &= 0 \\ h &= \frac{k}{Q} \sum_{x=r+1}^{\infty} p(x) \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt \\ Q &= \frac{k}{h} \sum_{x=r+1}^{\infty} p(x) \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt \end{aligned} \quad (2.54)$$

Dengan menggunakan pendekatan Hadley dan Within, maka prosedur perhitungan Q dan r adalah sebagai berikut:

- Hitung harga Q dengan model Wilson.

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

- Hitung peluang terjadinya kekurangan persediaan dengan memasukan Q1 kedalam persamaan (2.54)

Peluang terjadinya kekurangan persediaan adalah sebagai berikut:

$$\sum_{x=r+1}^{\infty} p(x) = 1 - \frac{h \cdot Q}{D \cdot k} \quad (2.55)$$

- Perhitungan r (*reorder point*) cara manual dengan bantuan tabel poisson (Tersine; 1988). Perhitungannya dengan melihat nilai peluang terjadinya

kekurangan persediaan $\sum_{x=r+1}^{\infty} p(x)$ dari nilai kebutuhan komponen selama lead time (μ) sehingga didapat nilai reorder point.